

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Saulius PILKAVIČIUS

ARMATŪROS IR BETONO SANKIBOS MECHANINĖS ELGSENOS TEMPIANT MODELIAVIMAS

MOKSLO DAKTARO DISERTACIJA

TECHNOLOGIJOS MOKSLAI,
MECHANIKOS INŽINERIJA (09T)



LEIDYKLA
Vilnius TECHNICA 2014

Disertacija rengta 2010–2014 metais Vilniaus Gedimino technikos universitete.

Vadovas

prof. habil. dr. Rimantas KAČIANAUSKAS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, mechanikos inžinerija – 09T).

Vilniaus Gedimino technikos universiteto Mechanikos inžinerijos mokslo krypties disertacijos gynimo taryba:

Pirmininkas

prof. habil. dr. Juozas ATKOČIŪNAS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, mechanikos inžinerija – 09T).

Nariai:

prof. dr. Sergiy ANTONYUK (Kaiserslautern universitetas, Vokietija, mechanikos inžinerija – 09T),

doc. dr. Bronius JONAITIS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, statybos inžinerija – 02T),

prof. habil. dr. Genadijus KULVIETIS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, mechanikos inžinerija – 09T),

prof. habil. dr. Minvydas Kazys RAGULSKIS (Kauno technologijos universitetas, mechanikos inžinerija – 09T).

Disertacija bus ginama viešame Mechanikos inžinerijos mokslo krypties disertacijos gynimo tarybos posėdyje **2014 m. lapkričio 25 d. 10 val.** Vilniaus Gedimino technikos universiteto senato posėdžių salėje.

Adresas: Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva.

Tel.: (8 5) 274 4956; faksas (8 5) 270 0112; el. paštas doktor@vgtu.lt

Pranešimai apie numatomą ginti disertaciją išsiųsti 2014 m. spalio 24 d.

Disertaciją galima peržiūrėti interneto svetainėje <http://dspace.vgtu.lt/> ir Vilniaus Gedimino technikos universiteto bibliotekoje (Saulėtekio al. 14, LT-10223 Vilnius, Lietuva).

VGTU leidyklos TECHNIKA 2268-M mokslo literatūros knyga

ISBN 978-609-457-715-4

© VGTU leidykla TECHNIKA, 2014

© Saulius Pilikavičius, 2014

saulius.pilkavicius@vgtu.lt

VILNIUS GEDIMINAS TECHNICAL UNIVERSITY

Saulius PILKAVIČIUS

MODELLING STUDY OF MECHANICAL BEHAVIOUR OF CONCRETE-TO-REBAR BOND UNDER TENSION

DOCTORAL DISSERTATION

TECHNOLOGICAL SCIENCES,
MECHANICAL ENGINEERING (09T)



Vilnius LEIDYKLA TECHNICA 2014

Doctoral dissertation was prepared at Vilnius Gediminas Technical University in 2010–2014.

Supervisor

Prof Dr Habil Rimantas KAČIANAUSKAS (Vilnius Gediminas Technical University, Mechanical Engineering – 09T).

The Dissertation Defense Council of Scientific Field of Mechanical Engineering of Vilnius Gediminas Technical University:

Chairman

Prof Dr Habil Juozas ATKOČIŪNAS (Vilnius Gediminas Technical University, Mechanical Engineering – 09T).

Members:

Prof Dr Sergiy ANTONYUK (Kaiserslautern University, Germany, Mechanical Engineering – 09T),

Assoc Prof Dr Bronius JONAITIS (Vilnius Gediminas Technical University, Civil Engineering – 02T),

Prof Dr Habil Genadijus KULVIETIS (Vilnius Gediminas Technical University, Mechanical Engineering – 09T),

Prof Dr Habil Minvydas Kazys RAGULSKIS (Kaunas Technological University, Mechanical Engineering – 09T).

The dissertation will be defended at the public meeting of the Dissertation Defense Council of Mechanical Engineering in the Senate Hall of Vilnius Gediminas Technical University at **10 a. m. on 25 November 2014**.

Address: Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania.

Tel.: +370 5 274 4956; fax +370 5 270 0112; e-mail: doktor@vgtu.lt

A notification on the intend defending of the dissertation was send on 24 October 2014. A copy of the doctoral dissertation is available for review at the Internet website <http://dspace.vgtu.lt/> and at the Library of Vilnius Gediminas Technical University (Saulėtekio al. 14, LT-10223 Vilnius, Lithuania).

Reziumė

Disertaciniame darbe aprašytas autoriaus sukurtas analizinis metodas, skirtas nagrinėti armatūros su betonu sankibos mechaninę elgseną tempiant makrolygmenyje bei atliktas šio metodo tinkamumo įvertinimas. Sukurtas originalus dviejų sferinių dalelių sąveikos modelis, įvertinantis tarpinį jungiamąjį sluoksnį, skirtas nevienalytės struktūros diskretizavimui. Taip pat sukurta specializuota diskrečiųjų elementų metodo programa skirta nagrinėti strypu armuotos nevienalytės struktūros sankibos mechaninę elgseną tempiant mikrolygmenyje bei taikant šią programą paaiškintas mikropleišėjimo modelio susidarymo mechanizmas makrolygmenyje.

Disertaciją sudaro įvadas, trys pagrindiniai skyriai, rezultatų apibendrinimas, naudotos literatūros ir autoriaus publikacijų disertacijos tema sąrašai.

Įvadiniamе skyriuje aptariama tiriamoji problema, darbo aktualumas, tyrimų objektas ir metodai, formuluojamas darbo tikslas bei uždaviniai, aprašomas mokslinis naujumas bei aktualumas, rezultatų praktinė reikšmė. Įvado pabaigoje pristatomos disertacijos tema autoriaus paskelbtos publikacijos ir pranešimai konferencijose, paaiškinta disertacijos sandara.

Pirmasis skyrius skirtas tyrimų tematikos literatūrai apžvelgti. Pateikti atskiri medžiagų modeliai, jų elgsena, kontinuumo bei sąveikos tarp armatūros ir betono modeliavimo metodai. Skyriaus pabaigoje suformuluotos išvados, leidžiančios formuluoti disertacijos uždavinius.

Antrajame skyriuje formuluojamas uždavinys bei atlikta tempiamo gelžbetoninio elemento makroanalizė, taikant sukurtą analizinį metodą, kurio tinkamumas įvertintas taikant skaitinį baigtinių elementų metodą.

Trečiajame skyriuje aprašomas sukurtas originalus dviejų sferinių dalelių sąveikos modelis, pateikiamas mikromechaninio modelio sudarymas, taikant sukurtą diskretųjį modelį, trumpai aptariamos sukurtos specializuotos programos galimybės bei, atlikus strypu armuotos nevienalytės struktūros sankibos mechaninės elgsenos skaitinius mikrotyrimus, pateikiami gauti rezultatai, kurie lyginami su kitų autorių eksperimentinių tyrimų rezultatais.

Disertacijos tema paskelbti 3 straipsniai: 2 – recenzuojamuose mokslo žurnaluose, įtrauktuose į Thomson ISI sąrašą ir 1 – konferencijų medžiagoje, referuotoje Thomson ISI duomenų bazėje, dar vienas priimtas spausdinti. Disertacijos tema perskaityta 10 pranešimų Lietuvos ir kitų šalių konferencijose.

Abstract

The dissertation describes analytical method which was developed by the author for the mechanical behaviour analysis of the reinforcement and concrete bond under tension at macro level and validation process of this method carried out. To perform discretisation of heterogeneous structure, an original interaction model of two spherical particles estimating interface layer was developed. Additionally, specialised software of discrete element method was developed for the analysis of the bond mechanical behaviour of heterogeneous structure reinforced by rod under tension at micro level, and formation mechanism of the micro cracking model at macro level explained using this software.

The thesis consists of an introduction, three main sections, conclusions, the list of used literature and author's publications on dissertation topic.

The introductory section discusses the research problem, the relevance of the work, the research object and methods, formulates the aim and the tasks of the work, and describes the scientific novelty and relevance, practical significance of the results. The end of introduction presents publications and presentations at conferences on the topic of dissertation and its structure.

The first section is devoted to the review of literature on study topic. It contains separate models of the materials and their behaviour, simulation methods of the continuum and the interaction between the reinforcement and concrete. The conclusions allowing formulation of the tasks of the dissertation are given in the end of this section.

The second section sets out the problem and macro analysis of the tensioned reinforced concrete element carried out using developed analytical model which was validated by the numerical finite element method.

The third section describes original interaction model of two spherical particles, development of micromechanical model applying designed discrete model, briefly discusses opportunities of developed specialised software. It also entails numerical results which were obtained in micro studies of the bond mechanical behaviour of heterogeneous structure reinforced by rod and compared with other authors' experimental studies results.

The dissertation topic was discussed in three articles, of which two articles were published in the Thomson ISI register and one in the conference material in Thomson ISI database, one more was accepted for publication. Ten presentations on the subject were delivered in conferences at national and international level.

Žymėjimai

Pagrindiniai simboliai

A_c – betono skerspjūvio plotas
 A_i – bendras GB elemento skerspjūvio plotas
 a_i – i dalelės pagreitis
 A_s – armatūros skerspjūvio plotas
 a_0 – plyšio plotis
 B – bendras GB elemento skerspjūvio standis
 c ir b – eksperimentinės konstantos
 C_{ij} – tariamasis kontakto taškas
 d – armatūros strypo skersmuo
 d_{cij} – santykinio kontakto pozicijos vektorius
 $[F]$ – mazginių apkrovų vektorius
 E_b – tarpinio jungiamojo sluoksnio tamprumo modulis
 E_c – betono tamprumo modulis
 E_i – bendras GB elemento tamprumo modulis
 $E_{i,j}$ – i ir j dalelių tamprumo moduliai
 E_s – armatūros tamprumo modulis
 $f_{c,cub}$ – kubinis betono stipris
 f_{ctm} – vidutinis tempiamo betono stipris
 F_i – i -tają dalelę veikianti suminė jėga

$F_{i,buoyancy}$ – Archimedo plūdrumo jėga
 $F_{i,contact}$ – tiesioginio kontakto jėgų suma tarp i dalelės ir kitos dalelės
 $F_{i,external}$ – kitų išorinių jėgų bendra suma
 $F_{i,fluid}$ – skysčio tempimo ir kėlimo jėgos, veikiančios dalelę i
 $F_{i,gravity}$ – masės jėga, veikianti dalelę
 F_{ij} – kontaktinė sąveikos jėga
 $F_{n,ij}$ – normalinė kontaktinė sąveikos jėga
 $F_{n,ij,elastic}$ – tampriosios stūmos jėgų suma
 $F_{n,ij,surface}$ – paviršiaus traukos jėgų suma
 $F_{n,ij,viscous}$ – vidinės trinties jėgų suma
 f_n^{crit} – kritinė SE suirimo normalinė jėga
 $F_{t,ij}$ – tangentinė, kontaktinė sąveikos jėga
 g – laisvojo kritimo pagreitis
 h_{ij} – persidengimo gylys
 I_j – j -osios dalelės inercijos tenzorius
 $[K]$ – baigtinių elementų sistemos standumo matrica
 k – pleišėjimo stadija
 k_b – tarpinio jungiamojo sluoksnio normalinis standumas
 k_{st} – vienos spyruoklės standumo konstanta
 K_{Ic} – irimo rodiklis
 $k_{i,j}$ – dalelės i ir j normaliniai standumai
 K_s – bendrasis ekvivalentinės spyruoklės standumas
 L_b – atstumas tarp dalelių geometrinių centrų
 L_c – mažiausias atstumas tarp dalelių paviršių
 l_0 – GB elemento pradinis ilgis
 m_i – i -osios dalelės masė
 n – dalelių skaičius sistemoje
 N – GB elementą veikianti ašinė jėga
 N_c – atstojamoji jėga betono
 N_c^0 – betoną centriškai tempianti išorinė jėga
 N_s – atstojamoji jėga armatūros
 N_s^0 – armatūrą centriškai tempianti išorinė jėga
 $N_{s,clc}^0$ – apskaičiuota ašinė jėga
 $N_{s,exp}^0$ – eksperimentinė ašinė jėga
 $N_{s,crc}^0$ – tempianti ašinė jėga, prie kurios GBE pleišėja
 $n_{blc,k}$ – blokų skaičius
 $n_{crc,k}$ – plyšių skaičius
 $n_{crc,new,k}$ – naujų plyšių skaičius
 n – tangentinų spyruoklių skaičius visame nagrinėjamo modelio ilgyje l_0
 P – sukibimo zonos perimetras
 R_b – tarpinio jungiamojo sluoksnio spindulys
 $R_{i,j}$ – i ir j dalelių ir tarpinio jungiamojo sluoksnio spinduliai

$\{u\}$ – nežinomų mazginių poslinkių vektorius
 u_i – i -osios dalelės kampinio pagreičio vektorius
 t – laikas
 x_i – i -osios dalelės koordinatė
 s – praslydimas
 s_1 – praslydimas, atitinkantis didžiausius sukibimo įtempius
 $s_{r, \max}$ – maksimalus atstumas tarp plyšių pagal EN 1992-1-1
 T_j – j -tają dalelę veikiančių visų sukimo momentų suma
 $T_{i, \text{contact}}$ – sukimo momentų suma, sukurta kontakto jėgų tarp i dalelės ir kitos dalelės
 $T_{i, \text{external}}$ – sukimo momentų, sukeltų kitų išorinių jėgų, suma
 $T_{i, \text{fluid}}$ – sukimo momentų, sukeltų antisimetriškų skysčio traukimo jėgų, suma
 T_{ij} – kontaktinė sąveikos jėga
 $T(x)$ – suminės šlyties jėgos
 V_i – i -osios dalelės tūris
 v_i – i -osios dalelės greitis
 w_i – i -osios dalelės kampinio greičio vektorius
 Γ_{bnd} – sukibimo tarp betono ir armatūros praslydimo modulis ilgio vienetui
 γ – GB elemento pasiduodamumas
 Δ – betono ir armatūros deformacijų skirtumas
 $\Delta l_{s,i}$ – (i -ojo) nesupleišėjusio bloko armatūros pailgėjimas
 δ – betono apsauginio sluoksnio storis
 ε – bendrosios santykinės deformacijos
 ε_c – betono santykinės deformacijos
 $\varepsilon_n^{\text{crit}}$ – kritinės normalinės suirimo deformacijos
 ε_s – armatūros santykinės deformacijos
 ε_{sh} – betono susitraukimo deformacijos
 η – armatūros ir betono tamprumo modulių santykis
 θ_i – i -osios dalelės orientacijos vektorius
 v_b – tarpinio jungiamojo sluoksnio Puasono koeficientas
 $v_{i,j}$ – i ir j dalelių Puasono koeficientai
 ξ – armatūros ir betono sandūros standis
 π – geometrinė konstanta 3,14...
 ρ_{fluid} – supančio skysčio tankis
 ρ_i – i -osios dalelės tankis
 ρ – armavimo koeficientas
 $\sigma_c(x)$ – betono normaliniai įtempiai
 σ_n^{crit} – kritiniai normaliniai suirimo įtempiai
 $\sigma_s(x)$ – armatūros normaliniai įtempiai
 σ_{ult} – ribiniai įtempiai, prie kurių pradeda plisti plyšys betone
 τ_0 – adhezijos įtempiai
 $\tau_{bnd, \max}$ – didžiausi sukibimo įtempiai

$\pi(x)$ – šlyties jėga ilgio vienetė

φ, ψ ir α – teorinės ir eksperimentinės konstantos

Santrumpos

BEM – baigtinių elementų metodas

BE – baigtinis elementas

DEM – diskrečiųjų elementų metodas

DE – diskretusis elementas

GB – gelžbetoninis

SE – spyruoklinis elementas

Turinys

IVADAS	1
Problemos formulavimas.....	1
Darbo aktualumas.....	2
Tyrimų objektas.....	2
Darbo tikslas.....	2
Darbo uždaviniai	2
Tyrimų metodika	3
Darbo mokslinis naujumas	3
Darbo rezultatų praktinė reikšmė	3
Ginamieji teiginiai.....	4
Darbo rezultatų aprobavimas.....	4
Disertacijos struktūra.....	4
1. TAIKOMŲ MEDŽIAGŲ MODELIŲ IR MODELIAVIMO METODŲ APŽVALGA .	7
1.1. Betono ir armatūrinio plieno medžiagų modeliai	8
1.1.1. Betono modeliai ir elgsena	10
1.1.2. Armatūros elgsena	12
1.1.3. Armatūros ir betono sankiba.....	13
1.2. Kontinuumo modeliavimo metodai	15
1.2.1. Baigtinių elementų metodas.....	17
1.2.2. Diskrečiųjų elementų metodas.....	18
1.3. Armatūros su betono sankibos modeliavimas	23

1.3.1. Sluoksnių ir gardelių modeliai.....	28
1.3.2. Diskretaus armavimo modelis.....	30
1.3.3. Baigtinių elementų modeliai.....	30
1.3.4. Įterptinio elemento plyšio modelis.....	32
1.3.5. Irimo mechanikos modeliai.....	32
1.4. Pirmojo skyriaus išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas.....	33
2. ARMATŪROS SU BETONU SĄVEIKOS TYRIMAI ANALIZINIŲ IR BAIGTINIŲ ELEMENTŲ METODAIS	35
2.1. Sankibos įtempių ir praslydimo tyrimas analiziniu metodu	36
2.1.1. Sankibos įtempių nuo praslydimo analizė taikant sudėtinių strypų teoriją ..	38
2.1.2. Gelžbetoninio elemento pleišėjimo analizinis modelis	42
2.1.3. Gelžbetoninio elemento pleišėjimo jėgos ir pailgėjimo skaičiavimas	44
2.1.4. Nagrinėjamo gelžbetoninio elemento geometriniai ir mechaniniai rodikliai.....	45
2.1.5. Analizinio modelio įvertinimas.....	47
2.1.6. Gelžbetoninio elemento pailgėjimą įtakančių veiksnių analizė	50
2.2. Tempiamo gelžbetoninio elemento analizė baigtinių elementų metodu.....	56
2.2.1. Baigtinių elementų modelio analizės etapų aprašymas.....	57
2.2.2. Skaitinio modeliavimo rezultatų analizė.....	60
2.3. Antrojo skyriaus išvados	68
3. DALELIŲ SĄVEIKOS MODELIO TAIKYMAS ARMATŪROS STRYPO SANKIBAI SU BETONU MODELIUOTI	71
3.1. Per tarpinį sluoksnį sujungtų sferinių dalelių modelio sudarymas	72
3.1.1. Dalelių sąveikos aprašymas	74
3.1.2. Dalelių standumo pagrindinės priklausomybės	75
3.1.3. Tarpinio jungiamojo sluoksnio standumo pagrindinės priklausomybės	77
3.1.4. Gautų lygčių analizė	79
3.1.5. Kitos dažnai taikomos bendrojo standumo išraiškos	80
3.1.6. Sąveikos modelių analizė.....	84
3.2. Analizinių modelių tinkamumo įvertinimas taikant baigtinių elementų metodą ..	88
3.2.1. Baigtinių elementų modelio sudarymas	88
3.2.2. Tarpinio jungiamojo sluoksnio analizė	89
3.3. Sferinių dalelių mikromechaninio modelio taikymas tempiamajam GB elementui.....	92
3.3.1. Tempiamojo gelžbetoninio elemento mikromechaninio modelio sudarymas	93
3.3.2. Trumpai apie GBD2 programą	95
3.3.3. Spyruoklinio elemento irimo kriterijaus nustatymas	96
3.3.4. Lokalaus mikromechaninio modelio analizė	98
3.3.5. Globalaus mikromechaninio modelio analizė.....	102
3.4. Trečiojo skyriaus išvados	105
BENDROSIOS IŠVADOS	107
LITERATŪRA IR ŠALTINIAI.....	109

AUTORIAUS MOKSLINIŲ PUBLIKACIJŲ DISERTACIJOS TEMA SĄRAŠAS	117
SUMMARY IN ENGLISH.....	119
PRIEDAI.....	139
A priedas. Mikromechaninio modelio analizės vaizdinė medžiaga.....	140
B priedas. Bendraautorių sutikimai teikti publikacijų medžiagą disertacijoje.....	141
C priedas. Autoriaus mokslinių publikacijų disertacijos tema kopijos.....	148

Contents

INTRODUCTION	1
Problem formulation	1
Relevance of the thesis	2
Object of the research.....	2
Aim of the thesis	2
Objectives of the thesis.....	2
Research methodology	3
Scientific novelty of the thesis	3
Practical value of research findings.....	3
Statements to be defended	4
Approval of research finding.....	4
Structure of the thesis	4
1. REVIEW OF THE APPLIED MATERIALS MODELS AND SIMULATION METHODS	7
1.1. Material models of the concrete and reinforcement steel	8
1.1.1. Models and behaviour of the concrete	10
1.1.2. Behaviour of the reinforcement	12
1.1.3. Bond between reinforcement and concrete	13
1.2. Modelling methods of continuum	15
1.2.1. Finite element method	17
1.2.2. Discrete element method	18
1.3. Modelling of the reinforcement and concrete bond.....	23
1.3.1. Layers and cells models	28
1.3.2. Discrete reinforcement model.....	30
1.3.3. Finite element models	30
1.3.4. Crack model of embedded element.....	32

1.3.5. Fracture mechanics models.....	32
1.4. Conclusions of the first section and formulation of dissertation objectives.....	33
2. ANALYTICAL AND FINITE ELEMENT METHODS STUDIES OF INTERACTION BETWEEN REINFORCEMENT AND CONCRETE.....	35
2.1. Bond stress-slip study based on analytical method	36
2.1.1. Bond stress-slip analysis using build-up bars theory	38
2.1.2. Analytical cracking model of the reinforced concrete element.....	42
2.1.3. Calculation of the cracking force and elongation of the reinforced concrete element	44
2.1.4. Geometrical and mechanical properties of the examined reinforced concrete element.....	45
2.1.5. Evaluation of the analytical model	47
2.1.6. Analysis of the factors influencing for reinforced concrete element elongation	50
2.2. Analysis of the tensioned reinforced concrete element using finite element method.....	56
2.2.1. Description of the finite element model analysis steps	57
2.2.2. Analysis of the numerical simulation results	60
2.3. Conclusions of the second section.....	68
3. APPLICATION OF THE PARTICLES INTERACTION MODEL FOR MODELLING BOND BETWEEN REBAR AND CONCRETE.....	71
3.1. Model creation of the spherical particles bonded via interface layer	72
3.1.1. Description of the particles interaction	74
3.1.2. Main dependencies of the particles stiffness.....	75
3.1.3. Main dependencies of the interface layer stiffness.....	77
3.1.4. Analysis of the obtained equations	79
3.1.5. Other often applied expressions of total stiffness	80
3.1.6. Analysis of the interaction models.....	84
3.2. Assessment of suitability of the analytical models using finite element method	88
3.2.1. Composition of the finite element model.....	88
3.2.2. Analysis of the interface layer	89
3.3. Application of the spherical particles micromechanical model for the tensioned reinforced concrete element	92
3.3.1. Creation of the micromechanical model of tensioned reinforced concrete element	93
3.3.2. Briefly about GBD2 program	95
3.3.3. Determination of the fracture term for the spring element.....	96
3.3.4. Analysis of the local micromechanical model	98
3.3.5. Analysis of the global micromechanical model.....	102
3.4. Conclusions of the third section	105
GENERAL CONCLUSIONS	107
REFERENCES	109

LIST OF THE AUTHOR'S SCIENTIFIC PUBLICATIONS ON THE TOPIC OF THE DISERTATION	117
SUMMARY IN ENGLISH.....	119
ANNEXES.....	139
Annex A. Visual material of the micromechanical model analysis.....	140
Annex B. The co-authors agreement to present publications	141
Annex C. Copies of author scientific publications on the subject of dissertation	148

Įvadas

Problemos formulavimas

Inžinerinėje praktikoje taikomos konstrukcinės medžiagos yra sudarytos iš skirtingų savybių komponentų. Statybos pramonėje viena iš plačiausiai taikomų nevienalyčių struktūrų yra betonas armuotas armatūros strypais, t. y. gelžbetonis. Nehomogeninių medžiagų mechaninės savybės lemia juos sudarančių komponentų savybės. Taigi, galime teigti, kad įvairaus dydžio, formos ir savybių dalelių, bei jas jungiančios terpės, mechaninių savybių aprašymas bei kitų svarbių rodiklių įvertinimas yra teorinė ir praktinė problema, kuri gali būti sprendžiama taikant teorinius ir eksperimentinius metodus. Eksperimentinis medžiagų struktūrų ir jose vykstančių mechaninių procesų tyrimas yra brangus ir nevisada įmanomas. Eksperimentinių tyrimų alternatyva – skaitinis modeliavimas, kuris yra pigesnis ir leidžia interpretuoti žinomus eksperimentų rezultatus, suteikdamas naujų žinių, kurių reikia naujų savybių medžiagoms tirti. Todėl naujoviškų skaitinių metodų kūrimas yra būtinas ir yra neatsiejamas nuo šių dienų mokslinių tyrimų.

Darbo aktualumas

Makrostruktūros požiūriu armuoti kompozitai yra ne kas kita kaip dvikomponentė medžiaga, kurią sudaro armatūra ir ją gaubiantis betonas. Armatūros naudojimas betone grindžiamas tuo, kad padidina tempiamų zonų stiprumą, o šių dviejų medžiagų „bendrą darbą“ turi užtikrinti sukibimas. Žinoma, kad sankibos zonoje betono savybės pasikeičia nepriklausomai nuo visos struktūros savybių. Taikant šiuolaikines gamybos technologijas bei turimas žinias, nepavyksta numatyti, prognozuoti ir idealiai užtikrinti sukibimo tarp šių medžiagų, kad tikrosios (eksperimentinės) mechaninės savybės atitiktų projektines.

Žinant, kad medžiagų mechanines savybes ypač svarbu žinoti projektuojant ir gaminant konstrukcijas ir kt., galime teigti, kad savybių įtakojančių medžiagų mechaninei elgsenai modeliavimas yra labai aktuali problema.

Tradiciškai mechaninių savybių tyrimai vykdomi remiantis deformuojamo kūno ir konstrukcijų mechanikos teoriniais modeliais, kurie skaitiškai sprendžiami taikant BEM. Naujausi tyrimai parodė, kad inžinerinėje praktikoje svarbūs procesai atsiskleidžia mikrolygyje, o šių reiškinių atskleidimas reikalauja naujų tyrimų. Todėl mikrosavybių ar reiškinių atskleidimas, remiantis makrotyrimų metodikomis ir gautais rezultatais, taikant naujausius skaičiavimo metodus, yra aktuali šių dienų problema.

Tyrimų objektas

Darbe nagrinėjama armatūros strypu armuota nevienalytė medžiagos struktūra.

Darbo tikslas

Pagrindinis darbo tikslas – makroskopiniu ir mikroskopiniu požiūriu ištirti nevienalytės struktūros sankibos su armatūra mechaninę elgseną tempiant.

Darbo uždaviniai

Darbo tikslui pasiekti reikia išspręsti tokius uždavinius:

1. Atlikti literatūros apžvalgą sankibos modeliavimui taikomų medžiagų modelių ir metodų tematika.

2. Suformuluoti strypu armuoto betono mechaninio būvio tempiant uždavinį makroskopiniu požiūriu ir analiziškai ištirti jo deformavimąsi ir pleišėjimą.
3. Įvertinti analizinio modelio tinkamumą, taikant BEM.
4. Siekiant sukurti nevienalytės struktūros diskretųjį modelį mikrolygmenyje, sudaryti ir ištirti dviejų dalelių sąveiką, įvertinant daleles jungiantį tarpinį sluoksnį.
5. Pritaikius sukurtą diskretųjį modelį, ištirti nevienalytės struktūros sankibos su armatūra deformavimąsi ir pleišėjimą tempiant.

Tyrimų metodika

Makroskopiniams mechaninio būvio tempiant tyrimams taikomas analizinis metodas, gautas taikant sudėtinių strypų teoriją. Analizinio modelio tinkamumo įvertinimui taikytas skaitinis BEM.

Tyrimams mikrolygmenyje, siekiant sukurti nevienalytės struktūros diskretųjį modelį, sudarytas ir analiziškai bei skaitiškai ištirtas dviejų sferinių dalelių sąveikos modelis, įvertinantis daleles jungiantį tarpinį sluoksnį. Taikant sukurtą diskretųjį modelį, sukurta specializuota DEM programa ir ištirtas nevienalytės struktūros sankibos su armatūra deformavimasis ir pleišėjimas tempiant.

Darbo mokslinis naujumas

1. Sukurtas, ištirtas ir BEM įvertintas tempiamo strypu armuoto betono analizinis modelis.
2. Matematiškai aprašyta ir ištirta dviejų sferinių dalelių sąveika, įvertinant tarpinį jungiamąjį sluoksnį.
3. Sukurtas diskretusis modelis, skirtas nevienalytės struktūros diskretizavimui.
4. Pritaikius diskretųjį modelį, ištirtas nevienalytės struktūros sankibos su armatūra deformavimasis ir pleišėjimas.

Darbo rezultatų praktinė reikšmė

Sukurtas analizinis skaičiavimo metodas, skirtas strypu armuoto betono analizei makrolygmenyje.

Taikant sukurta dviejų sferinių dalelių sąveikos modelį, sukurta specializuota DEM programa, skirta nevienalytės struktūros sankibos su armatūra tempiant mechaninio būvio analizei mikroskopiniu požūriu.

Šiame darbe atlikti tyrimai turi praktinę reikšmę ir gali būti labai naudingi praktikoje, o pasiūlyti metodai gali būti pritaikyti ir kitų nevienalyčių kompozitinių struktūrų modeliavimui skirtinguose lygmenyse.

Ginamieji teiginiai

1. Sukurtą analizinį metodą, su tam tikromis prielaidomis, galima taikyti tempiamo pleišėjančio strypu armuoto betoninio elemento mechaniniam būviui analizuoti makrolygmenyje.
2. Sukurtas dviejų sferinių dalelių sąveikos modelis, įvertinantis tarpinį jungiamąjį sluoksnį, leidžia diskretizuoti įvairias nevienalytes struktūras.
3. Taikant sukurta sąveikos modelį, sukurta specializuota DEM programa, kuri leidžia paaiškinti mikroleišėjimo modelio susidarymo mechanizmą makrolygmenyje.

Darbo rezultatų aprobavimas

Disertacijos tema paskelbti 3 straipsniai recenzuojamuose mokslo žurnaluose, dar vienas priimtas spausdinti. Autoriaus publikacijų sąrašas pateiktas 117 puslapyje.

Disertacijos tema perskaityta 10 pranešimų Lietuvos ir kitų šalių konferencijose:

- Pilkavičius, S., Kačianauskas, R. 2011. Dviejų tarpusavyje sulipusių sferinių dalelių normalinio kontakto tyrimas baigtinių elementų metodu. XIX Lietuvos skaičiuojamosios mechanikos seminaras, Vilnius, Lietuva, 2011 m. balandžio 15 d.
- Pilkavičius, S., Kačianauskas, R. 2011. Influence of material interface between two contacting spherical particles. Tarptautinė konferencija „Optimization and Analysis of Structures (OAS 2011)“, Tartu, Estija, 2011 m. rugpjūčio 25–27 d.
- Pilkavičius, S., Kačianauskas, R. 2012. Centriškai tempiamo gelžbetonio elemento sankibos tarp armatūros ir betono modeliavimas. II-oji jaunųjų mokslininkų konferencija: Fizinių ir technologijos mokslų tarptautiniai tyrimai, Vilnius, Lietuva, 2012 m. vasario 14 d.

- Pilkavičius, S., Kačianauskas, R. 2012. Modelling of bond between reinforcing bar and concrete in centrally tensioned RC element. 17-oji tarptautinė konferencija „Mechanika – 2012“, Kaunas, Lietuva, 2012 m. balandžio 12–13 d.
- Pilkavičius, S., Kačianauskas, R. 2012. Centriškai tempiamo gelžbetonio elemento sankibos tarp armatūros ir betono analitinis ir skaitinis tyrimas. XX Lietuvos skaičiuojamosios mechanikos seminaras, Vilnius, Lietuva, 2012 m. balandžio 20 d.
- Pilkavičius, S., Rimša, V., Kačianauskas, R., Rojek, J. 2012. Investigation of the normal contact between two spherical particles with interface material. 38-oji tarptautinė konferencija „SolMech-2012“, Varšuva, Lenkija, 2012 m. rugpjūčio 27–31 d.
- Pilkavičius, S., Kačianauskas, R. 2013. Centriškai tempiamo GB modelio kūrimas taikant DEM koncepciją. XXI Lietuvos skaičiuojamosios mechanikos seminaras, Vilnius, Lietuva, 2013 m. balandžio 26 d.
- Kačianauskas, R., Pilkavičius, S., Rimša, V., Rojek, J. 2013. Interaction of particles via solid interface: model and analysis. Tarptautinė konferencija „III International Conference on Particle-based Methods. Fundamentals and Applications (Particles 2013)“, Štutgartas, Vokietija, 2013 m. rugsėjo 18–20 d.
- Lukoševičienė, O., Kačianauskas, R., Pilkavičius, S. 2014. Simulation of random cracking of heterogeneous matrix reinforced by the ribbed bar. 12-oji tarptautinė konferencija „Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM)“, Rodas, Graikija, 2014 m. rugsėjo 22–28 d.

Disertacijos struktūra

Disertaciją sudaro įvadas, trys pagrindiniai skyriai, rezultatų apibendrinimas, naudotos literatūros ir autoriaus publikacijų disertacijos tema sąrašai.

Darbo apimtis yra 117 puslapių neįskaitant santraukos anglų kalba ir priedų, tekste panaudota 80 numeruotų formulų, 59 paveikslai ir 3 lentelės.

Taikomų medžiagų modelių ir modeliavimo metodų apžvalga

Kiekvienas inžinerinis uždavinys sprendžiamas trim etapais. Pirmiausia, nustatomos konstrukcijos esminės savybės ir sudaroma skaičiuojamoji schema. Antrojo etapu sprendžiamas uždavinys teorinių prielaidų pagrindu. Trečiuoju etapu atliekama rezultatų analizė ir, jeigu rezultatai tenkina, nuo skaičiuojamosios schemos grįžtama prie realios konstrukcijos ir įvertinamos tos savybės, kurių buvo tikėtasi pirmame etape.

Nagrinėjamos konstrukcijos skaičiuojamoji schema yra supaprastintas realios konstrukcijos, ją veikiančių apkrovų ir kraštinių sąlygų aprašymas, leidžiantis spęsti uždavinį vienokiu ar kitokiu būdu. Realios konstrukcijos supaprastinimas iki skaičiuojamosios schemos aprėpia geometrijos, medžiagų ir veikiančių apkrovų schematizavimą. Tai gana atsakingas inžinerinės veiklos etapas, nes nuo skaičiuojamosios schemos parinkimo priklauso skaičiavimo rezultatų atitikimas realybei. Todėl, sudarant skaičiuojamąją schemą, reikia pasitelkti tiek visą inžinerinę patirtį, nuojautą, tiek nuodugnias teorines žinias.

Skaitiškai nagrinėjant tam tikrą konstrukciją, tiek jau sudarant skaičiuojamąją schemą, dažnai iškyla tam tikrų keblumų. Viena pagrindinių problemų – tai medžiagos, iš kurios sudarytas kūnas, schematizavimas. Medžiagą galima nagrinėti keliais lygiais, taikant įvairius modelius. Paprasčiausiu medžiagos modeliu galima laikyti modelį, kai medžiaga nagrinėjama kaip vientisa terpė (medžiagos

atominė sandara nepaisoma ir į skirtingas grūdelių savybes neatsižvelgiama). Pavyzdžiui, fizikai nagrinėja medžiagą, atsižvelgdami į kristalinių gardelių struktūrą. Kiti tyrinėtojai nagrinėja medžiagą kaip grūdelių su skirtinga kristaline orientacija (metalai) arba su skirtingomis makrodalelėmis (betonas) sandarumą. Taigi, skaitiškai tirti konstrukcijas, tariamai pagamintas iš vientisos ir vienalytės medžiagos, yra paprasčiau, tačiau toks uždavinys neatitinka realybės. Bet kuris realus konstrukcinis elementas sudarytas iš medžiagos, kuri netgi vizualiai nėra vientisa, be tuštumų užpildanti visą nagrinėjamo kūno tūrį. Todėl analizuojant kūnus, sudarytus iš vienos ar keleto medžiagų, būtina tirti kontinuumą atskiruose lygmenyse, kuriuose nustatomos dedamųjų medžiagų savybės. Pavyzdžiui, betonas kaip kompozitinė medžiaga dažniausiai nagrinėjama mikro-, mezo- ir makrolygmenyse. Mikrolygmenyje betonas dažniausiai nagrinėjamas milimetrinėje skalėje. Makrolygmenyje betonas dažniausiai laikomas vienalyte medžiaga, o mezolygmenyje betonas priimamas kaip nevienalytė kompozitinė medžiaga, sudaryta iš užpildo grūdelių ir jungiančios matricos (cementinio akmens), kurioje yra oro porų ir kitų pažeidimų.

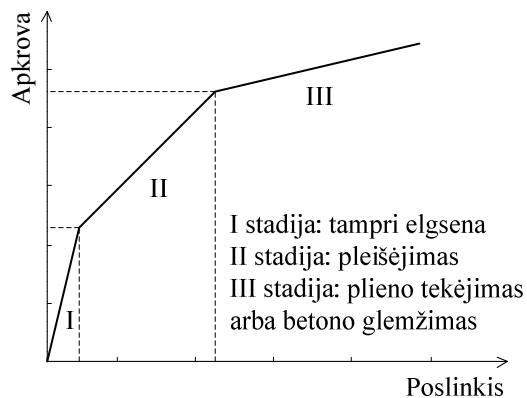
Betono pleišėjimas ir irimas priklauso nuo išorinių ir vidinių poveikių, pačios medžiagos sudėties ir sandaros kintančios priklausomai nuo laiko. Betone, dar prieš apkraunant tiek betonines tiek gelžbetonines konstrukcijas, jau būna daug mikropažeidimų ir trūkių. Todėl literatūroje betono irimo elgsena aprašoma gana sudėtingai: mikroplyšių susidarymas, susidarančių plyšių išsišakojimas, plyšių kreivalinijškumas ir kt. Tai reiškia, kad tradiciniai teoriniai modeliai tinka tik konkrečioms uždavinėms, o projektavimo normos ir standartai dažniausiai remiasi empirinėmis išraiškomis gaunamomis atliekant eksperimentinius tyrimus. Todėl naujų analizės metodų bei skaitinių modelių, paremtų įvairaus lygio medžiagų bandymais bei susietais rodikliais, kūrimas yra svarbus šių dienų klausimas.

1.1. Betono ir armatūrinio plieno medžiagų modeliai

Žinoma, kad gelžbetoninės konstrukcijos yra gaminamos iš betono ir armatūrinio plieno, o tai yra visiškai skirtingos medžiagos, todėl jų tiek fizikinės, tiek mechaninės savybės yra skirtingos. Makrolygyje plienas paprastai nagrinėjamas kaip vienalytė medžiaga, todėl fizinės ir mechaninės savybės dažniausiai gana gerai apibrėžiamos. Tokiame pat lygmenyje betonas negali būti laikomas vienalytė medžiaga, nes plika akimi matoma jo sandara. Todėl, betonas aprašomas keliomis pagrindinėmis dedamosiomis medžiagomis. Pagrindinę betono dalį (~70 %) sudaro stambieji ir smulkieji užpildai, t. y. apie 30 % sudaro skalda, žvirgždas, žvyras, granitas, kalkakmenis ar kt., o apie 40 % – smėlis. Likusią dalį, t. y. apie 30 %, sudaro skiedinys (cementas, vanduo ir įvairūs priedai), skir-

tas surišti, suklijuoti užpildus. Taigi galime teigti, kad betono mechaninių savybių sklaida yra daug didesnė nei plieno ir todėl sudėtingai apibrėžiama. Tik patogumo dėlei, įvairiems konstrukcijų skaičiavimams makrolygmenyje betonas priimamas kaip vienaalytė medžiaga.

Dvitrasmės gelžbetoninės sijos įlinkio nuo apkrovos bendrieji etapai pa-vaizduoti 1.1 paveiksle. Panašios formos kreivės gaunamos ir kito skerspjuvio GB elementams. Netiesinė priklausomybė dažniausiai skaidoma į tris stadijas: nesupleišėjusio GB elemento tampri stadija, plyšių formavimosi stadija ir plasti-nė stadija (plieno tekėjimas ar betono glemžimas).



1.1 pav. Bendra gelžbetoninio elemento poslinkio nuo apkrovos priklausomybė
Fig 1.1. General load-displacement relationship of reinforced concrete element

Netiesinė priklausomybė tarp apkrovos ir poslinkio atsiranda dėl dviejų pagrindinių veiksnių – tai betono pleišėjimas tempimo metu bei armatūros tekėjimas arba betono glemžimas su skaldymu gniuždymo metu. Netiesiškumai taip pat pasireiškia dėl sąveikos tarp GB elemento dedamųjų dalių, praslydus armatūrai betono atžvilgiu (suirus sankibos sričiai), suirus užpildo daleles jungiančiam sluoksniui bei kitų efektų. Taip pat yra reikšmingas laiko poveikis, kurio pasėkoje įvyksta relaksacija, deformacijos, susitraukimas, valksnumas ir kt.

Taip pat reikėtų paminėti, kad betono deformacijų priklausomybė nuo įtempių yra ne tik netiesinė, bet ir skirtinga tempimui ir gniuždymui, o mechaninės savybės priklauso nuo betono amžiaus, apkrovimo bei nuo aplinkos sąlygų, tokių kaip temperatūra ir drėgmė. Taip pat svarbu, kad betono ir armatūrinio plieno savybės taip pat priklauso nuo deformacijų greičio.

1.1.1. Betono modeliai ir elgsena

Daugelis matematinių modelių, skirtų aprašyti betono mechaninę elgseną, taikomi gelžbetoninių konstrukcijų analizėje. Tokie modeliai skirstomi į keturias pagrindines grupes: ortotropiniai, netiesiniai tamprieji, plastiniai ir endochroniniai modeliai.

Ortotropinis modelis yra paprasčiausias, gana gerai atitinkantis eksperimentinius rezultatus bei adekvačiai aproksimuojantis betono elgseną, esant proporcingam ar bendram dviašiam apkrovimui. Taip pat šis modelis tinka histeretinei betono elgsenai, esant ciklinei apkrovai, nagrinėti.

Netiesinis tamprumo modelis paremtas kintamųjų modulių koncepcija ir gerai atitinka tik kai kurių eksperimentinių tyrimų rezultatus. Taigi, netiesinė betono elgsena modeliuojama tiesiniu tampriu modeliu su kintamu moduliu. Todėl skaičiavimo prasme pats modelis yra paprastas ir ypač gerai tinka skaičiuojant BE. Tačiau, kintamo modulio modelis netinkamai aprašo betono elgseną, esant įtempiams artimiems gniuždymo įtempiams deformacijų susilpnėjimo intervale.

Plastinis modelis (ypač deformacijų didėjimo plastinis modelis) gali būti laikomas bendru prieš tai aptartų modelių. Nors šis modelis tinkamai atspindi betono elgseną sustandėjimo zonoje, susilpnėjimo elgseną, esant žemesniems nei didžiausi įtempiai, negali būti tinkamai aprašoma klasikine teorija. Endochroninė plastiškumo teorija grindžiama būdingo arba endochroninio laiko sąvoka.

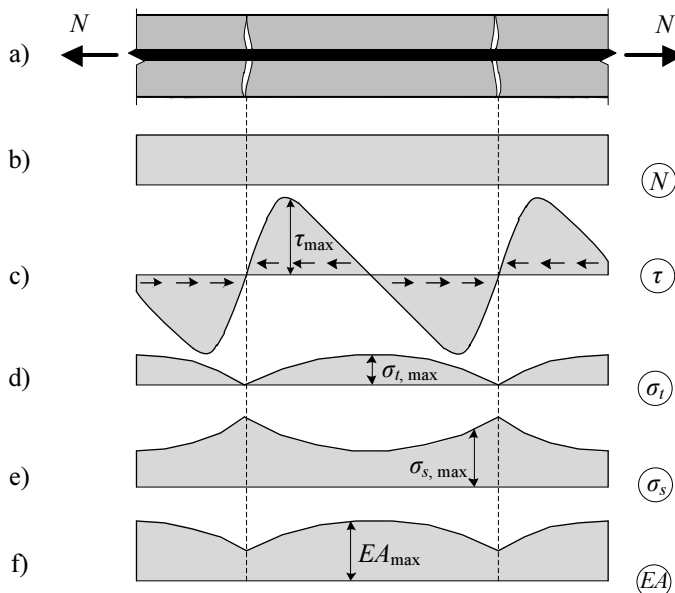
Tempiamoms arba lenkiamoms gelžbetoninėms konstrukcijoms svarbus rodiklis yra vidutinis tempiamasis betono stipris. Paprastai betono vidutinis tempiamasis stipris yra 20 % nuo gniuždomojo stiprio. Todėl tipinėse gelžbetoninėse konstrukcijose maksimalūs gniuždymo įtempiai suirimo metu nepasiekia gniuždomojo betono stiprio. Tai reiškia, kad gniuždymo įtempiai daugumoje GB elementų irimo metu pasiekia tik tam tikrą dalį gniuždomojo stiprio.

Betonui kietėjant visada susiformuoja mikroplyšiai, ypatingai ten, kur susijungia stambesni užpildo grūdėliai per skiedinį ir ties sukibimo sritimi su armatūra. Mikroplyšiai reikšmingai keičia betono mechanę elgsenę. Apkrovimo metu plintantys mikroplyšiai iššaukia betono netiesinį darbą esant net nedideliems įtempiams, ko pasekoje pasireiškia elemento tūrio plėtimasis, o vėliau ir irimas. Dauguma mikroplyšių susiformuoja dėl skiedinio išsisluoksniavimo, traukimosi ar šiluminio plėtimosi. Dėl skirtingų užpildų ir sukietėjusio skiedinio (cementinio akmens) mechaninių savybių, plyšiai betone susiformuoja net nereikšmingai apkraunant. Dažnai užpildo ir cementinio akmens sandūroje susidariusi sukibimo sritis turi mažesnį tempiamąjį stiprį nei pats cementinis akmuo, todėl galime teigti, kad betone tokia sritis yra viena silpniausių grandžių. Kitaip tariant, tai yra pirmoji betono mažo tempiamojo stiprio priežastis.

Netiesinė betono elgsena dažniausiai vyrauja vykstant betono irimui lokaliose srityse. Supleišėjusiose srityse visi tempimo įtempiai perimami armatūrinio plieno. Tempimo įtempiai nesupleišėjusiose srityse perduodami nuo armatūros

betonui per armatūros su betonu sankibą. Sukibimo įtempių reikšmę bei pasiskirstymą tarp plyšių lemia tempimo įtempių pasiskirstymas betone ir armatūroje.

Papildomi plyšiai betone prie armatūros gali susiformuoti tik jau tarp esančių plyšių, kai tempimo įtempiai viršys betono tempiamąjį stiprį atskiruose betono ruožuose tarp prieš tai susiformavusių plyšių. Paskutinis plyšių susidarymo etapas pasiekiamas tada, kai didėjanti tempiamoji jėga nebeperduodama sankibos tarp armatūros ir betono pagalba (1.2 pav.).



1.2 pav. Pleišėjimas gelžbetoniniame elemente: a) skaičiuojamoji schema; b) ašinė jėga; c) sankibos tangentiniai įtempiai; d) betono normaliniai įtempiai; e) armatūros normaliniai įtempiai; f) tempiamasis standumas

Fig 1.2. Cracking in reinforced concrete element: a) calculation scheme; b) tension force; c) bond shear stress; d) concrete normal stress; e) steel normal stress; f) tensile stiffness

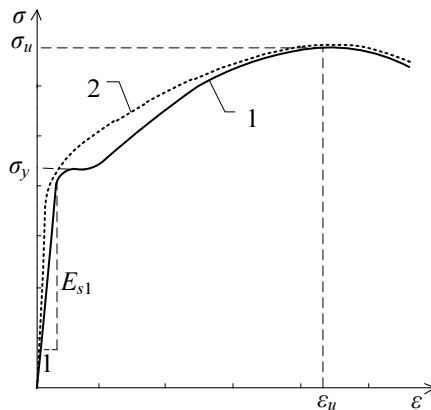
Kadangi įtempiai veikia tarp plyšių tiek betone, tiek armatūroje, tai tuose ruožuose bendrasis tempiamasis GB elemento standumas yra didesnis nei ties plyšiais, kur visą veikiančią jėgą perima tik armatūra. Plyšių atsivėrimo plotį tempiamuose GB elementuose galima riboti mažinant armatūros strypų skerspjūvio plotą bet didinant jų kiekį. Atsiradus pirmiesiems plyšiams betone, normaliniai įtempiai supleišėjusiuose skerspjūviuose betone nukrenta iki nulio (1.2d pav.), o visą tempimo jėgą perima armatūros strypas (1.2e pav.). Betonas,

esantis tarp plyšių, vis dar perima dalį normalinių įtempių, kurie mažėja didėjant apkrovai. Įtempių kritimas betone, didėjant apkrovai, pasireiškia dėl sankibos tarp armatūros ir betono irimo. Susiformavę vidiniai plyšiai vadinami sankibos zonos plyšiais. Pastarieji formuojasi aplink armatūros strypą ir palaipsniui sudaro sąlygas praslysti armatūrai betono atžvilgiu.

Kadangi pleišėjimas yra pagrindinė betono netiesiškumo priežastis, tai pleišėjimo modeliai leidžia nuspėti gelžbetoninių konstrukcijų mechaninę elgseną.

1.1.2. Armatūros elgsena

Gelžbetoninėse konstrukcijose armatūros savybės, skirtingai nei betono, nepriklauso nuo aplinkos sąlygų ir laiko. Todėl analizuojant pakanka turėti vieną vidutinę deformacijų nuo įtempių priklausomybę, kuri atskirai apibūdina vien armatūrinį plieną (1.3 pav.).



1.3 pav. Plieno deformacijų nuo įtempių priklausomybė: 1 – su takumo aikštele; 2 – be takumo aikštelės

Fig 1.3. Steel stress-strain relationship: 1 – with yielding; 2 – without yielding

Tipinės deformacijų nuo įtempių priklausomybės armatūriniam plienui gaunamos iš keliasdešimt eksperimentinių tyrimų, kai atskiri strypai yra apkraunami monotoniška tempiančia apkrova. Visiems praktiniams tikslams priimama, kad tokio pat charakterio deformacijų nuo įtempių kreivė galioja ne tik tempiamiems, bet ir gniuždomiems armatūros strypams. Armatūrinio plieno deformacijų nuo įtempių priklausomybė, didėjant apkrovai, yra tiesinė (tampri), kol pasiekiamas takumo aikštelė, kur didėja tik deformacijos (1.3 pav. 2 kreivė). Didėjant apkrovai ir toliau, įtempiai vėl ima didėti kartu su deformacijomis, todėl ši kreivės dalis vadinama sustiprėjimu. Po sustiprėjimo seka įtempių kritimas, kol ar-

matūros strypas suyra. Takumo aikštelė yra plieno tempiamo stiprio funkcija, todėl didelio stiprumo plienas paprastai turi daug trumpesnę takumo aikštelę arba iš vis jos neturi.

1.1.3. Armatūros ir betono sankiba

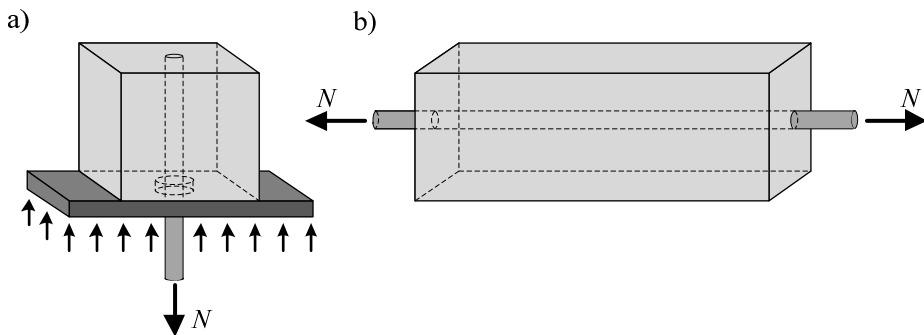
Armatūros su betonu sukibimą pradėta nagrinėti apie 1960 m. Dauguma atliktų tyrimų nuo 1960 iki 1970 m. buvo eksperimentiniai, kai bandiniai buvo veikiami tik vienkartinė apkrova. Analizuoti sukibimą cikline apkrova veikiamuose GB elementuose pradėta apie 1980 m. Dėl daugelio kriterijų įtakančių armatūros su betonu sukibimą buvo gaunamos gana apytikslės praslydimo nuo sukibimo ir įtempių priklausomybės. Tikslumą taip pat sąlygodavo praslydimo nuo sukibimo ir įtempių matavimo sudėtingumas. Remiantis nusistovėjusiomis teorinėmis prielaidomis, apie 1980 m., buvo sukurti pirmieji analiziniai modeliai, iš dalies tinkantys nagrinėti sukibimą.

Iki tol buvo taikomos dvi pagrindinės alternatyvios hipotezės: vienoje buvo teigiama, kad praslydimo priklausomybė nuo sukibimo įtempių yra tiesinė (Ngo and Scordelis 1967), o kitoje buvo teigiama, kad ši priklausomybė yra netiesinė.

Atliktais sukibimo eksperimentiniais tyrimais, kai armatūros strypas buvo stumiamas į betoninį elementą, buvo nustatinėjamas sankibos zonos stipris bei sukibimo paviršiaus deformacijų įtaka GB elemento laikomajai galiai. Vėliau, buvo nustatyta, kad atliekant įstūmimo bandymus, GB elemento sukibimo zonos suirimas pasireiškėdavo prie didesnių įtempių nei atliekant ištraukimo bandymus. Tokio rezultato paaiškinimas yra paprastas: pirmiausia, stumiant armatūros strypą, gniuždomieji normaliniai įtempiai atsiranda ir didėja pačiame strype per visą skersmenį dėl skersinių deformacijų efekto. Vėliau, didėjant apkrovai, šie įtempiai persiskirsto ir dalis jų ima veikti radialine kryptimi, statmenai betono paviršiui. Palaipsniui didinant apkrovimo jėgą, didėja besipriešinantys įtempiai į betono paviršių, todėl didėja ir trinties jėga, kurią reikia nugalėti, norint įstumti strypą. Antra labai svarbi priežastis, sukelianti sankibos zonos stiprio mažėjimą, yra pleišėjimas, tačiau, atliekant įstūmimo bandymus, betono pleišėjimas neįvyksta, nes pirmasis faktorius stipriai padidina sukibimo zonos stiprumą.

Atliekant paprasčiausius armatūros ištraukimo iš betono bandymus, buvo naudojami cilindro arba prizmės formos betoniniai bandiniai, kurių išilgine centre ašimi įbetonuoti armatūros strypai (1.4 pav.). Iki 1970 m., atliekant armatūros ištraukimo eksperimentinius tyrimus, armatūros strypas buvo tempiamas iš vienos bandinio pusės, o betonas tame pačiame elemento gale buvo laikomas atraminio slėgio reakcijų (1.4a pav.). Tokiu atveju, kai betonas gniuždomas, gana greitai, prie labai mažų plieno įtempių, pasireiškia santykinis armatūros praslydimas. Didžiausias šios bandymų metodikos trūkumas yra tas, kad gniuždomojo betono didelis besiliečiančio paviršiaus sukibimas su atramine plokštuma

panaikina skersinių plyšių susidarymo galimybę. Todėl po 1970 m. armatūros iš betono ištraukimo metodika buvo patobulinta. Bandinys eksperimento metu buvo tempiamas už abiejų laisvų armatūros galų (1.4b pav.).



1.4 pav. Bandinys: a) ištraukimo; b) sukibimo

Fig 1.4. Specimen: a) pull-out; b) bond

Dauguma autorių mano, kad skirtinguose armatūros strypo su betonu sukibimo taškuose galioja skirtingos priklausomybės tarp sukibimo įtempių ir praslydimo. Jeigu sukibimo zonos savybės būtų vienodos, skirtumas galėtų atsirasti tik dėl įtempių. Autoriai (Morita and Fujii 1985; Nammur and Naaman 1989; Edwards and Yannopoulos 1979) manė, jog tokios priklausomybės sąlygotos skirtingomis medžiagų savybėmis ir nepriklauso nuo ruošo. Jie taip pat manė, jog yra praslydimo nuo sukibimo priklausomybė priklausanti tik nuo medžiagų savybių ir armatūros geometrijos. Deja, gelžbetoninėse konstrukcijose tarp armatūros ir betono pasireiškiantys sukibimo įtempiai yra ne kas kita kaip tangentiniai šlyties įtempiai, veikiantys išilgai armatūros strypo, armatūros su betonu sukibimo zonos paviršiuje. Taigi, praslydimas – tai santykinis armatūros strypo poslinkis betono atžvilgiu.

Skaitinių metodų tobulintojai sukūrė bei pateikė nemažai skirtingų analizinių sukibimo skaičiavimo modelių. Vienas plačiausiai taikomų praslydimo modelių buvo pasiūlytas autorių Ciampi (1982) ir Eligehausen *et al.* (1983). Aišku, daugelis kitų tyrėjų yra sukūrę analizinius ir skaitinius modelius, aprašančius praslydimo elgseną ir sankibos įtempių pasiskirstymą GB elementuose (Tepfers (1980); Clément (1987); Saatcioglu *et al.* (1992); Focacci *et al.* (2000); Kwak and Kim (2001); Kwak and Song (2001); Ben Romdhane and Ulm (2002); Sezen and Moehle (2003); Dominguez *et al.* (2005); Salah and Smail (2005)).

Apibendrinant aukščiau nurodytų autorių atliktus tyrimus, galime teigti, kad armatūros strypo deformacijos buvo matuojamos tiesiogiai, tačiau sukibimo įtempiai gali būti nustatyti tik netiesiogiai iš plieno deformacijų kreivės posvy-

rio. Tačiau praslydimas buvo nustatytas iš poslinkių gautų skaitinio integravimo būdu iš deformacijų skirtumo tarp armatūros strypo ir betono sandūros zonoje.

1.2. Kontinuumo modeliavimo metodai

Visos medžiagos, įskaitant pačios įvairiausios kilmės neorganines ir organines, yra nevienalytės struktūros, sudarytos iš įvairaus sudėtingumo fizinės prigimties, matmenų, sudedamųjų dalių formų ir sąveikų tarp jų visumos. Kasdienybėje taikomos pažangios medžiagos – metalai, keramika, armuoti ir cementiniai kompozitai ir kt. Ne išimtis, tokių medžiagų mechaninės fizikinės savybės lemia daugybė veiksnių. Pirmiausia, labai svarbios yra atskirų sudedamųjų dalių fizinės ir mechaninės savybės, tokios kaip plastiškumas, valkšnumas, klampumas, atsparumas įvairiems mechaniniams ir fizikiniams poveikiams, šių sudedamųjų dalių geometriniai rodikliai ir tarpusavio fizikinė ar cheminė sąveika.

Mechanikos požiūriu medžiagos nagrinėjamos kaip vienalytės, kurių savybės apibūdinamos makrorodikliais ir įvairaus sudėtingumo teorijomis. Tiesinė tamprumo ir plastiškumo teorijos (Atkočiūnas ir Nagevičius 2004) gali būti paminėtos kaip populiariausių teorijų pavyzdžiai. Kontinuumas suprantamas kaip vientisa terpė. Kontinualiojo požiūrio esmę sudaro vientisumo prielaida, kuri teigia kad erdvė yra užpildyta medžiaga, kurioje nėra tarpų ir trūkių. Pagal šią prielaidą iš kontinuumo galima išskirti be galo mažų matmenų diferencialinį elementą, kuriam galima taikyti žinomus dėsnius bei priklausomybes ir taip sudaryti kontinuumą aprašančius matematinius modelius. Bendruoju atveju, praktikoje deformuojamajam kūnui aprašyti, taikomos konkrečias savybes aprašančios teorijos: tamprumo, plastiškumo ir pan. Klasikinėse teorijose vertinamas tik linijinis taškų judėjimas.

Egzistuoja ir sudėtingesnės kontinuumo teorijos, pavyzdžiui, momentinė Cosserat teorija, kai nagrinėjami taškų posūkiai. Tada kontinuumą galima aprašyti kaip dalelių (materialiųjų taškų) su juose veikiančiomis jėgomis sistemą. Tačiau, vienalyčių kontinualiųjų modelių taikymas nevienalytėms struktūroms aprašyti yra keblu, o atskirais atvejais net neįmanoma.

Struktūra makro- ir mezolygiais, matuojant plika akimi įžvelgiamais matmenimis (nuo metrų iki milimetrų), gali būti suprantama kaip vienalytė. Tuo tarpu ją sudarančios dalelės gali būti mikronų eilės, o mažiausios eilės – atomai ar molekulės, netgi nano eilės dydžiai. Mikrostruktūros požiūriu nebegalioja vienalytiškumo prielaida, kadangi medžiaga sudaryta iš skirtingo dydžio ir skirtingų savybių dalelių. Mikrolygiu vienalytė medžiaga gali būti nevientisa, t. y. tarp dalelių gali būti tarpų, kitų mažesnių dalelių ar kitokių savybių medžiagų. Vientisumo prielaida negalioja ir nano struktūroms. Šiuo atveju iš esmės atsiranda nesuderinamumas apibrėžiant diferencialinį elementą ir dėl kontinualiųjų

modelių tinkamumo. Situacija tinkamesnė, kai nevienalytė struktūra yra artima vienalytei. Tokią medžiagą galima aprašyti kaip sudėtingą kontinuumą, sudarytą iš skirtingų dalių. Jei tokių dalių daug, o matmenys maži, tai tokio sudėtinio kontinuumo nagrinėjimas tampa praktiškai neįmanomu.

Kita galimybė nagrinėti nevientisą struktūrą – taikyti poringos terpės modelius, tačiau deja tokie modeliai netinka nano struktūroms.

Vienas iš sąlyginai paprastų ir žinomų nevienalyčių medžiagų nagrinėjimo metodų – homogenizavimas. Makrostruktūros taško aplinka sudaroma iš mikrodalelių, o homogenizuotos terpės savybės nustatomos iš mikrodalelių savybių. Paprasčiausias būdas apima sistemos mikrosprendinio integravimą nagrinėjamame tūryje. Tokio modeliavimo pavyzdys – iš dalių sudarytame kontinuume veikiančių įtempių radimas iš tarp dalelių veikiančių jėgų. Esant sudėtingesniems uždaviniams, gali būti apsiribota tik mikrostruktūros modeliavimu nagrinėjamame tūryje, užduodant periodines kraštines sąlygas.

Kalbant apie tradicines inžinerines konstrukcijas, kontinuumas tapatinamas su deformuojamu kūnu, o kalbant apie medžiagas – uždavinys sudėtingesnis. Medžiagų technologijose atskiri medžiagų elementai gali judėti analogiškai skysčiams, o kontinuumas gali įgyti skysčiams būdingas savybes. Nepaisant šių skirtumų, matematiniai modeliai aprašomi diferencialinėmis lygtimis ir formuluojami kaip kraštiniai uždaviniai. Modeliuojant kompiuteriu, kraštiniai uždaviniai sprendžiami skaitiškai. Taikant įvairius metodus, diferencialinės lygtys išreiškiamos algebrinėmis priklausomybėmis. Algebrinio modelio sudarymas vadinamas kontinuumo diskretizavimu. Kitaip tariant, kintamųjų funkcijos aprašomos baigtiniu rodiklių rinkiniu. Įvairios formos bei struktūros kūnams modeliuoti buvo ir tebėra taikomi skaitiniai kontinuumo metodai (baigtinių skirtumų metodas, kraštinių elementų metodas, baigtinių elementų metodas (BEM)), diskontinumo metodai (diskrečiųjų elementų metodas (DEM), diskrečiųjų tinklų irimo metodas) ir hibridiniai kontinuumo/diskontinumo metodai.

Baigtinių skirtumų metodas yra paremtas tiesioginiu suderinamumu tarp diferencialinių lygčių, sprendžiamų tiesioginiu būdu. Taikant šį metodą, uždavinio apibrėžimo sritis sudaloma tinkleliu, o nežinomos funkcijos aprašomos reikšmėmis, skaičiuojamomis tinklelio taškuose. Metodo esmė ta, kad funkcijos išvestinės išreiškiamos prieaugiais. Išvestinės išreiškus algebriniu būdu, diferencialinė lygtis tampa algebrinė. Metodas taikytinas, kai ieškomos funkcijos yra tolydinės.

Kraštinių elementų metodas uždavinį leidžia išreikšti integraline lygtimi. Sudalijus kūno kontūrą į kraštinius elementus ir aprašant funkciją kontūro kryptimi, per formos funkcijos integralines lygtis, galima užrašyti algebrinių lygčių sistemą. Funkcijų reikšmės srityje viduje randamos jas analizuojant. Metodas reikalauja gilių matematinių žinių. Gerai tinka sritims su nedaugeliu kontūrų.

1.2.1. Baigtinių elementų metodas

Baigtinių elementų metodas (BEM) pirmą kartą buvo publikuotas daugiau kaip prieš 40 metų, o idėja buvo vystoma R. Kurant, Mak Genri, M. D. Turner, R. B. Klaf, G. S. Martin ir kitų autorių. Šiomis dienomis BEM yra skirta labai daug mokslinių darbų – vadovėliai ir monografijos tokių autorių kaip O. Zienkiewicz, D. Oden, G. Streng ir D. Fiks, L. Segerlind, R. Gallager, L. Rozin, A. Smirnov, A. Belkina, A. Zolotov ir kt. Metodo esmę galima paaiškinti kaip tam tikro kūno skaidymą BE. Kai vienalytė sritis su begaliniu laisvumo laipsnių skaičiumi pakeičiama posryčiu baigtinių tam tikru laisvumo laipsnių skaičių rinkiniu. Tokiu būdu poslinkiai, įtempiai ir deformacijos išreiškiami aproksimuojančiomis funkcijomis BE tinklo mazguose, o tolygiai paskirstytos apkrovos pakeičiamos ekvivalentinėmis mazginėmis apkrovomis. Matematiškai uždavinys formuluojamas kaip diferencialinių lygčių ar energetinio funkcionalo, kuris aprašo nagrinėjamą kūną, pakeitimas algebrinėmis lygtimis. Išsprendus šią lygčių sistemą randame visus nežinomuosius.

Skaiciavimas BEM vykdomas tokiais etapais:

1. Srities idealizavimas. Bet kuri sudėtingos geometrinės formos sritis pavaizduojama baigtiniu nesudėtingos formos elementų skaičiumi. BE jungiami, įtvirtinami ir apkraunami tik mazguose.
2. Interpoliacinių funkcijų nustatymas. Pasirenkamos funkcijos išreiškiančios poslinkius bet kuriame BE taške BE mazgų poslinkiais.
3. Pagrindinių geometrinių ir fizikinių priklausomybių nustatymas. Interpoliacinių funkcijų pagrindu, gaunamos priklausomybės tarp deformacijų ir poslinkių, tarp įtempių ir deformacijų.
4. BE standumo matricos sudarymas. Taikant Lagranžo principą, remiantis gautomis geometrinėmis ir fizikinėmis priklausomybėmis, sudaroma kiekvieno BE standumo matrica.
5. BEM lygčių sistemos gavimas. Kiekvieno BE matrica įtraukiama į globalinę viso kūno lygčių standumo matricą. Tokiu būdu formuojama viso kūno algebrinių lygčių sistema:

$$[K]\{u\} = \{F\}, \quad (1.1)$$

čia $[K]$ – BE sistemos standumo matrica, $\{u\}$ – nežinomų mazginių poslinkių vektorius ir $\{F\}$ – mazginių apkrovų vektorius.

6. Algebrinių lygčių sistemos sprendimas. Sprendžiant tiesinių algebrinių lygčių sistemą, taikomi tikslūs arba apytiksliai metodai.
7. Įtempių ir deformacijų nustatymas. Deformacijos, įtempiai ir įrašos konstrukcijoje nustatomi pagal apskaičiuotus mazginius poslinkius.

BEM plačiai nagrinėjama ir aprašoma autorių Zienkiewicz and Taylor (2000). Šis metodas pasižymi universalumu, leidžia nesudėtingai užsiduoti kūno ir aplinkos statines ir kinematinės kraštines sąlygas. Metodas turi paprastą fizikinę interpretaciją ir susietas su statybinėje mechanikoje plačiai taikomu poslinkių metodu. BEM pagrindu sukurta daug universalių bei specializuotų kompiuterinių programų leidžiančių greitai ištirti analizuojamas sistemas ir patikrinti jų savybes.

Metodo trūkumais galima laikyti tai, kad gauti rezultatai netinkami universaliam sprendiniui gauti, kadangi rezultatas visada tinka tik konkrečiam uždaviniui. Kitas trūkumas, kad reikia daug žinoti apie uždavinio formulavimą, kraštines sąlygas, atskirus BE, taip pat būtina patirtis ir inžinerinė nuovoka modeliui sudaryti.

1.2.2. Diskrečiųjų elementų metodas

Diskrečiųjų elementų metodas (DEM), pasiūlytas Cundall and Strack (1979), yra vienas pagrindinių metodų, skirtų modeliuoti birias medžiagas arba junginius. Taikant šį metodą galima modeliuoti įvairaus sudėtingumo sistemas, naudojant tik bazinius individualių dalelių duomenis, nedarant jokių išankstinių sistemos visumos supaprastinimų. Tai išskiria DEM iš kitų įprastų kontinuumo mechanikos metodų, tokių kaip BEM ir kt. Tačiau, aprašant birias medžiagas DEM, kartais sunkiai suderinamos mikro- ir makrosavybės. Šiuo metu DEM taikomas skirtingose techniko kryptyse, pavyzdžiui: granuliuotų medžiagų elgsenos tyrimai, daugelio smulkių kūnų dinamika, nevienalytis kontinuumas, molekulinė dinamika ir kitos giminingos kryptys. DEM galima taikyti skirtingiems kontinuumo uždaviniams aprašyti skirtingu masteliu, pradedant nano- ir baigiant makroskopiniu.

DEM esmė yra ta, kad kiekvienos dalelės judėjimas yra aprašomas klasikinė Niutono mechanika. Lemiamas veiksnys DEM yra dalelių sąlyčio elgsenos raida. Norint sumažinti metodo skaičiavimo laiką, DEM gali veikti supaprastintu būdu. Ankstesnių tyrimų apžvalga šia tema yra aprašoma Džiugys and Peters (2001). Įvairūs sąveikos modeliai tarp dalelių yra apžvelgiami Kruggel-Emden *et al.* (2007), (2008), Tomas (2004), Rojek *et al.* (2011), (2012), (2014), Kačiainas *et al.* (2010), (2014), Belevičius *et al.* (2011), Maknickas *et al.* (2006), Markauskas *et al.* (2010), Jiang *et al.* (2005), (2006) ir kt. autorių straipsniais.

Šiame metode sąveika tarp dalelių gali būti deformuojama arba standi kaip ir pati dalelė. Paprastai naudojama normalinė ir tangentinė jungtys, nusakančios sąveikos sudėtingumą ir energijos absorbciją. Pirmosios vienalyčių sferų normalinio kontakto teorinės prielaidos buvo suformuluotos remiantis klasikiniu Hertz modeliu, aprašytu apie 1881 m. Šiuo analiziniu modeliu aprašoma dviejų tarpusavyje sąveikaujančių tamprų sferinių dalelių sąveika, neatsižvelgiant į trinties

tarp šių dalelių įtaką. Detalus Hertz metodo aprašymas pateiktas Johnson (1985) knygoje.

Sąveikaujančių dalelių skirtingų rodiklių poveikis aprašomas Jasevičius ir Kačianauskas (2007). Gana plati literatūros apžvalga apie sferinių ir cilindrinį dalelių sąveiką, esant normaliniai apkrovai, atlikta Adams and Nosonovsky (2000). Šie autoriai išnagrinėjo ir aprašė dažniausiai naudojamus sferinių dalelių idealiai paslankios sąveikos modelius. Lietuvoje bene pirmąjį darbą DEM tema paskelbė Bogdevičius ir Vitkūnas, o pastaruoju metu DEM Lietuvoje intensyviai vysto Džiugys *et al.* (2005) iš Lietuvos energetikos instituto, taip pat Vilniaus Gedimino technikos universiteto Mechanikos instituto mokslininkai Kačianauskas, Balevičius, Markauskas, Maknickas ir kt.

Daug skaitinių tyrimų bei natūrinių bandymų atlikta nagrinėjant porėtas ir nevienalytes medžiagas. Autorių Dvorkin *et al.* (1994), Zhu *et al.* (1996) buvo nagrinėjamos sulipusių biriųjų dalelių sistemų elgsena, esant normalinei bei tangentinei sąveikai. Sulipusios dalelės sudaro nevienalytes kompozitines medžiagas, tokias kaip betonai, keramzitbetonis, asfaltas bei kt. Asfalto, kaip mikromechaninės sąveikaujančių dalelių sistemos elgseną nagrinėjo Chang and Gao (1997), Cheung *et al.* (1999), Zhu and Nodes (2000) ir t.t.

DEM dalelių sąveikoje jėgos nustatomos atsižvelgiant į gretimų dalelių persidengimo gylį arba plotą kiekviena akimirka. Bendra dalelę veikianti jėga bei judesio kiekio momentas apskaičiuojami iš dalelę veikiančių gretimų dalelių lokalios pusiausvyros ir naudojami linijiniam bei kampiniam pagreičiams nustatyti, kurie naudojami naujoms dalelių padėtimis nustatyti kiekvienu kitu laiko momentu. Šis procesas tęsiamas tol, kol DE struktūra pakinta pagal kraštines sąlygas. Taikant tokį skaičiavimo modelį tampri sąveika tiesiogiai aprašoma jėgos ir poslinkio priklausomybe, kuri, savo ruožtu, priklauso nuo efektyvaus sąveikaujančių dalelių spindulio ir dalelių tamprumo modulių. Tačiau, toks skaičiavimo modelis taikomas tik vienalytėms sąveikaujančioms sferoms su skirtingais spinduliais bei skirtingomis medžiagų savybėmis.

Taigi, medžiagos, sudarytos iš dalelių, elgsena modeliuojama tiesioginiais dinamikos lygčių skaičiavimais kiekvienai dalelei, remiantis antruoju Niutono dėsnio. Dalelių judėjimo lygtis apima lygčių sistemą sudaryta iš slenkamojo ir sukamojo judėjimo lygčių apie dalelių masės centrus.

Dalelės i masės centro slenkamasis judėjimas išreiškiamas lygčių sistema (Landau and Lifshitz 1960):

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{x}_i}{dt^2} = m_i \mathbf{a}_i = \mathbf{F}_i, \quad (1.2)$$

$$\mathbf{v}_i = \frac{d\mathbf{x}_i}{dt}, \quad (1.3)$$

čia atitinkamai \mathbf{v}_i , \mathbf{a}_i ir \mathbf{x}_i yra dalelės $i = (1, n)$ greičio, pagreičio ir dalelės masės centro m_i padėties vektoriai, n yra dalelių skaičius sistemoje. Nuo dalelių judėjimo pradžios laikoma, kad dalelės yra kieti kūnai. Tuomet daroma prielaida, kad visų jėgų suma \mathbf{F}_i , veikiančių dalelės masės centre, yra lygi:

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{i,contact} + \mathbf{F}_{i,gravity} + \mathbf{F}_{i,buoyancy} + \mathbf{F}_{i,fluid} + \mathbf{F}_{i,external}, \quad (1.4)$$

čia $\mathbf{F}_{i,contact}$ yra tiesioginės sąveikos jėgų suma tarp dalelės i ir kitų dalelių, $\mathbf{F}_{i,gravity}$ – masės jėga veikianti dalelę, $\mathbf{F}_{i,buoyancy}$ – Archimedo plūdrumo jėga, $\mathbf{F}_{i,fluid}$ – skysčio tempimo ir kėlimo jėgos, veikiančios dalelę i ir $\mathbf{F}_{i,external}$ – kitų išorinių jėgų bendroji suma. Tuomet $\mathbf{F}_{i,contact}$ lygu:

$$\mathbf{F}_{i,contact} = \sum_{j=1, j \neq i}^n \mathbf{F}_{ij}, \quad (1.5)$$

čia \mathbf{F}_{ij} yra tamprios sąveikos jėga tarp dalelių i ir j , veikianti sąveikos plote. Tuomet, Niutono trečiasis dėsnis rodo, kad:

$$\mathbf{F}_{ij} = -\mathbf{F}_{ji}. \quad (1.6)$$

Klampiai tamprus poveikio tarp dviejų dalelių i ir j sąveikos jėga \mathbf{F}_{ij} veikia sąlyčio paviršiuje ir apskaičiuojama veikiant tariamajame kontakto taške C_{ij} (1.5 pav.). Sąveikos jėga \mathbf{F}_{ij} gali būti išreikšta kaip normalinių ir tangentinių komponentų suma:

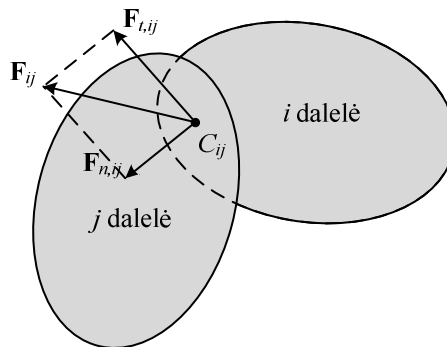
$$\mathbf{F}_{ij} = \mathbf{F}_{n,ij} + \mathbf{F}_{t,ij}, \quad (1.7)$$

kurios bendroje išraiškos formoje bus sąveikos išilginių h_{ij} ir skersinių δ_{ij} poslinkių funkcijos. Sąveikos jėgų tarp dalelių normaliniai komponentai gali būti išreikšti kaip tamprios stūmos, vidinės trinties ir paviršiaus traukos jėgų suma:

$$\mathbf{F}_{n,ij} = \mathbf{F}_{n,ij,elastic} + \mathbf{F}_{n,ij,viscous} + \mathbf{F}_{n,ij,surface}. \quad (1.8)$$

Tokie modeliai dažniausiai taikomi sferinėms dalelėms erdvėje ir plokštumoje modeliuoti. Siekiant pagreitinti skaičiavimus, dalelių sąveikos uždavinys išreiškiamas paprastesnėmis priklausomybėmis. Tuo tikslu deformuojami paviršiai nevertinami, o sąveikos jėgų skaičiavimui taikomas persidengiančių dalelių modelis. Sąveikos jėgų dydį lemia persidengimo gylis.

Sprendiniai gaunami taikant skaitinio integravimo metodus, dažniausia išreikštine forma. Žinant DE kinematinis rodiklius tam tikru laiko momentu, apskaičiuojamos sąveikos zonoje veikiančios jėgos. Poringumas, energijos ir kiti apibendrinti rodikliai nustatomi vėlesniuose etapuose. Skaičiavimas taikant DEM apima keletą metodui būdingų etapų: skaitinio judėjimo lygčių integravimas ir sąveikaujančių elementų paieška.



1.5 pav. Jėgos veikiančios tarp dalelės i ir j kontakto taške

Fig. 1.5. Forces acting on the contact point of particle i with particle j

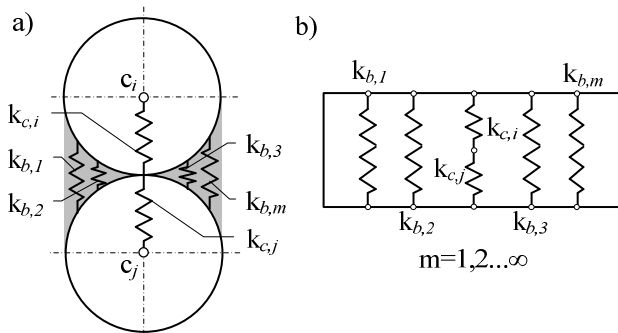
Dalelėms judant sistemoje, jų padėtys kinta, o kartu pasikeičia ir sąveikaujančių dalelių sąryšis su greta išsidėsčiusiomis dalelėmis. Taigi dalelių sistemos kintamumas yra esminis DEM bruožas bei privalumas, lyginant jį prieš kitus metodus. Kita vertus, būtent sąveikos paieška yra imliausias skaičiavimų etapas, užimantis 60 % uždavinio sprendimo trukmės. Pagrindinis skirtumas tarp DEM ir kitų metodų daugiausia pasireiškia algoritmo realizavimo prasme. BEM kiekviena akimirka nagrinėjamas visas BE rinkinys, kai DEM nagrinėja pavienių nesujungtų dalelių sąveiką. Dalelių sąveikai korektiškai aprašyti priimamas trumpas laiko integravimo žingsnis, todėl ilgėja skaičiavimo trukmė.

Svarbu, kad per pastarąjį dešimtmetį DEM ir BEM sujungiami į vieną metodą vadinamą jungtinių baigtinių diskrečiųjų elementų metodu.

Kadangi BEM iš esmės nagrinėja medžiagą be trūkių, Tai GB uždaviniams spręsti tikslinga taikyti DEM arba kt. mikromechanikos skaičiavimo metodus, jungiančius fenomenologines bei statistines idėjas, o matematiniai modeliai sudaromi taikant kontinuumo mechanikos ir molekulinės dinamikos priklausomybes.

Pasaulyje yra sukurta keletas kieto kūno modelių paremtų DEM, kurių vienas yra kieto tilto (*solid bridge*) sąveikos teorinis modelis (Tomas 2004). Dalelių elgesys šiuo modeliu išreiškiamas atitinkamu kontaktiniu dėsningu, kai naudojamas spyruoklinis sąveikos modelis, kitaip tariant, spyruoklių sistema, kuri aprašo sistemos elgseną (1.6 pav.).

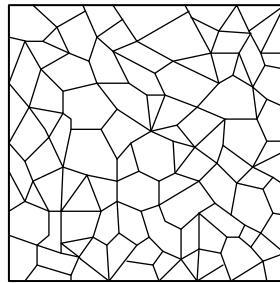
Kontinuumo kaip vientisos daugiakampių dalelių sistemos DE modeliai aprašyti D'Addetta and Ramm (2006), Ibrahimbegovic and Delaplace (2003) ir kt. autorių darbuose. Vientisą medžiagą skaidant daugiakampiais (1.7 pav.) išlaidoma vientisumo prielaida, kai dalelės užpildo erdvę be tarpų, o tarpdalelinės jėgos traktuojamos sąveikos jėgomis.



1.6 pav. Kieto tilto sąveikos teorinis modelis: a) interpretacija;
b) schematinis vaizdavimas

Fig. 1.6. Theoretical solid bridge contact model: a) interpretation;
b) schematic representation

Kontinuumą galima diskretizuoti ryšiniu tinkleliu, ekvivalentišku strypinių BE sistamai. Esminė deformuojamo kūno aprašymo ypatybė – atskiromis diskrečiosiomis dalelėmis modeliuoti nevienalytį kontinuumą, priskiriant kontinuumo fizines savybes tinklelio ryšiams. Iš tikrųjų, ryšiai gali atvaizduoti gana sudėtingas sąveikos savybes, įskaitant slopinimą, fizikinį netiesiškumą, priklausomybę nuo laiko, ir pan. Strypinės analogijos idėja buvo žinoma anksčiau, bet nebuvo siejama su DEM.



1.7 pav. Kontinuumo diskretizavimas daugiakampiais
Fig. 1.7. Continuum discretization by polygons

Tinklinių arba strypinių modelių taikymo DEM idėja priklauso Herrmann ir jo bendraautoriams. Vėliau, pritaikius lenkiamus elementus, kitų strypinių modelių taikymas konkrečioms uždavinėms buvo spėsti buvo nagrinėjamas ir autorių Ibrahimbegovic and Delaplace (2003), D'Addetta *et al.* (2002), Lilliu and Van Mier (2003), Wittel *et al.* (2003), Antonyuk *et al.* (2008), Vadluga and Kačianauskas (2007). Analogiškai daugiakampių modeliui taikomi lenkiamų strypų

modeliai, aprašantys šlytį, turintys sukimo laisvumo laipsnius. Vieni autoriai taikė šiuos modelius intuityviai, kiti – siejo su aukštesnės eilės (momentinėmis) kontinuumo teorijomis. Tempiamų gniuždomų strypų modeliai neatsižvelgia į šlytį arba dirbtinai įveda šlyties standumą, kurio prasmė nedera su tamprumo teorijos dėsniais. Visais atvejais šlyties modelis priklauso nuo Puasono koeficiento reikšmės ir ryšinio tinklelio formos.

Autorių Potyondy and Cundall (2004) pasiūlytu tarpusavyje sulipusių dalelių modelių priimta prielaida, kad normalinis jungiamojo ryšio standumas gaunamas apskaičiavus tiesinius atskirų sąveikaujančių dalelių standumus, papildomai nagrinėjant lygiagretų jungiamąjį ryšį. Tokį modelį galima taikyti tangentintinei sąveikai bei jungiamojo ryšio lenkiamajam standumui skaičiuoti. Toks skaičiavimo modelis taikomas DEM programose EDEM, PFC2D/3D ir kituose skaitiniuose paketuose. Remiantis pastaruoju modeliu, autorius Jiang ir jo kolegos (2005, 2006) pasiūlė savo sukibusių dalelių mikromodelį, skirtą nagrinėti sukibusias daleles per jungiamąjį ryšį. Šis modelis buvo sukurtas laisvai subyrėjusioms ir tarpusavyje sulipusioms granuliuotoms medžiagoms, kurias tarpusavyje jungia standus cementinis ryšys. Jungiamasis ryšys laikomas tam tikru strypu (spyruokle), nuo kurio medžiagos ir skerspjuvio rodiklių priklauso mikromodelio mechaninės savybės.

1.3. Armatūros su betonu sankibos modeliavimas

Bendruoju atveju, tempiamosios jėgos perdavimas nuo armatūros betonui įvyksta įvairiai, būtent per:

1. Cheminę sąveiką (adheziją), susiformuojančią tarp cementinio akmens ir armatūros strypo paviršiaus kietėjant skiediniui.
2. Trintį ir blokuojančią sąveiką, t. y. tikrą trinties rūšį ir sukibusių mažųjų smėlio dalelių pasipriešinimo efektą tarp armatūros strypo ir gaubiančio betono sluoksnio.
3. Mechaninę sąveiką, t. y. mechaninius poveikius tarp betono ir armatūros strypo, atsirandančius dėl veikiančių išorinių jėgų.

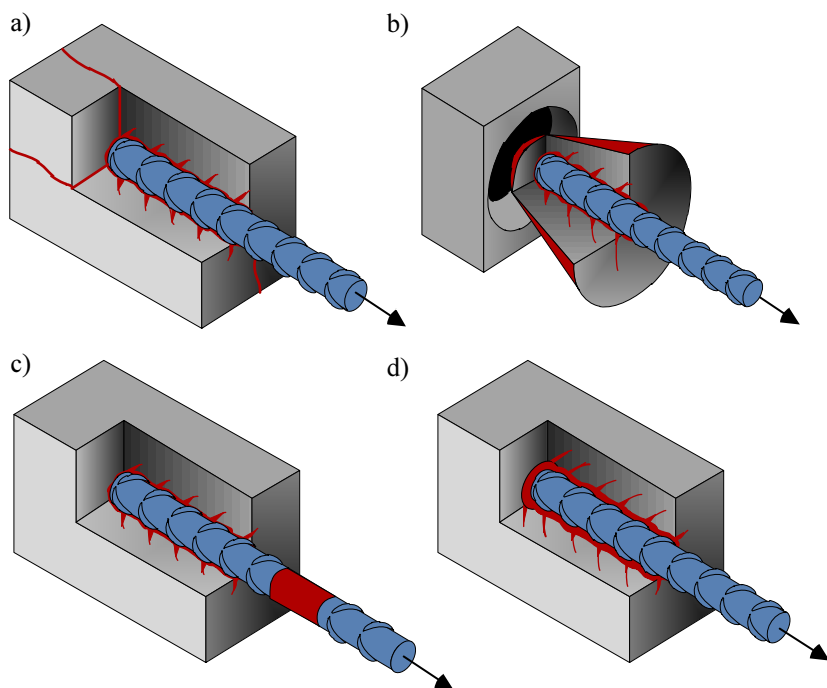
Esant armatūros strypams lygiu paviršiumi be rumbelių, sankiba tarp armatūros ir betono dažniausiai pasireiškia dėl cheminės, trinties ir blokuojančios sąveikų. Tačiau, gali pasireikšti pasipriešinimas susidarantis dėl strypo paviršiaus šiurkštumo.

Armatūriniai strypai su nelygiu paviršiumi geriau sukimba su betonu nei strypai su lygiu paviršiumi, kadangi didesnę jėgą armatūra betonui perduoda mechanine sąveika per rumbelius. Jėgos, veikiančios armatūros paviršių dėl trinties ir cheminės sąveikos, modeliuojant dažniausiai yra nevertinamos, nes ben-

drą armatūros su betonu sukibimą padidina tik pradiniam tempiamu GB elemento darbo etape, o praslydus armatūros strypui, turi tendenciją staigiai sumažėti.

Ekspimentinių tyrimų metu Elfgren and Noghabai (2001) pasitaikantys pagrindiniai tempiamų GB bandinių suirimo atvejai, nepaisant mikroplyšių, yra tokie (1.8 pav.):

- a) išilginių plyšių susidarymas;
- b) skersinių – kūginių plyšių susidarymas ir skėlimas;
- c) armatūros strypo takumo įtempių viršijimas;
- d) visiškas strypo išsitraukimas, nukerpant betoną tarp rumbelių.



1.8 pav. Ištraukimo bandinio suirimo atvejai (pusė bandinio): a) išilginių plyšių susidarymas; b) skersinių – kūginių plyšių susidarymas ir skėlimas; c) armatūros strypo takumo įtempių viršijimas; d) visiškas strypo išsitraukimas nukerpant betoną tarp rumbelių

Fig 1.8. Pull-out test failure modes (one side of specimen): a) longitudinal cracks; b) transverse – conic cracks and splitting; c) yielding of the bar; d) pull out failure

GB elemente išilginių plyšių susidarymas (1.8a pav.) pasireiškia tuo atveju kai gaubiantis betono sluoksnis aplink armatūrą yra sąlyginai plonas. Antruoju atveju (1.8b pav.) sankibos paviršiuje vyrauja gana stiprus sukibimas tarp armatūros ir betono, ko pasėkoje, suardomas betonas ten, kur silpnėsnis, o strypas ištraukiamas kartu su prikibusiu kūgio formos betonu. Jei armatūros sukibimas su betonu yra itin stiprus ir sukibimo įtempiai viršija armatūros takumo įtempius, kas praktiškai neįmanoma, tuomet pasireiškia armatūros „tekėjimas“ (1.8c pav.). Paskutiniu atveju (1.8d pav.) tangentiniai betono įtempiai tarp rumbelių viršija betono kerпамąjį stiprį, betonas tarp rumbelių visiškai nukerpamas ir strypas išsitraukia.

Rumbuotos armatūros praslydimas pasireikšti dvejopai:

- a) kai rumbeliai nustumia betoną nuo armatūros strypo paviršiaus (pleišto efektas);
- b) kai betonas tarp rumbelių yra skaldomas ir trupinamas.

Kadangi GB elementuose armatūros sukibimo su betonu įtempiai tiesiogiai priklauso nuo jėgos pokyčio armatūros ilgyje, sukibimas tampa reikšmingesnis armatūros strypų inkaravimo galuose ir plyšių srityje.

Ekspperimentiniai tyrimai rodo, kad armatūros strypo persislinkimas betono atžvilgiu praktiškai nepriklauso nuo rumbelių tipo, kurie sudaro didesnį kaip 40° kampą su armatūros ašimi. Esant tarp rumbelių ir armatūros ašies artimam 90° kampui, rumbeliai neatstumia betono nuo armatūros strypo paviršiaus. Didesnis nei 40° kampas tarp rumbelių ir armatūros strypo ašies sudaro tokią trintį tarp rumbelių paviršiaus ir betono, kurios užtenka santykiniam poslinkiui sankibos srityje varžymui. Armatūros slydimas betono atžvilgiu beveik visada sukelia betono skaldymą ir trupinimą rumbelių priekyje. Strypai, kuriuose kampas tarp rumbelių ir armatūros strypo ašies yra mažesnis kaip 30° , pasižymi skirtinga praslydimo priklausomybe nuo apkrovos.

Supaprastinta GB konstrukcijų analize priimama prielaida, kad betono ir armatūros deformacijos yra suderintos. Tai reiškia, kad nagrinėjamas idealus sukibimas, kai neatsižvelgiama nei į trintį, nei į cheminę sąveiką, nei į mechaninę sąveiką. Tačiau, tokia prielaida yra tinkama tik tose sukibimo srityse, kuriose vyksta nereikšmingas įtempių persiskirstymas tarp armatūros ir betono. Srityse, kuriose armatūros įtempiai perduodami aplink armatūrą esančiam betonui (pavyzdžiui, šalia įtrūkimų), sukibimo įtempiai yra susiję su santykinio poslinkio tarp armatūros ir betono. Visiškas sukibimas greta pleišėjimo sričių iššaukia be galo dideles deformacijas, kurios yra reikalingos paaiškinti baigtinio plyšio plokščio egzistavimą.

Apkrovų veikiamose GB konstrukcijose nėra deformacijų suderinamumo plyšių srityse tarp armatūros ir gaubiančio betono. Šis nesuderinamumas ir plyšių prognozavimas sukelia santykinius poslinkius tarp armatūros ir betono.

Kitokio tipo eksperimentiniuose tyrimuose sukibimo įtempiai nustatomi iš įtempių kitimo armatūroje strypo išilgine kryptimi. Ilgis dažniausiai priimamas lygus penkiems armatūros strypo skersmenims. Matuojama priklausomybė paprastai rodo vidutinę praslydimo priklausomybę nuo jėgos matuojamame ilgyje. Kadangi sukibimo įtempiai gaunami fiksuojant besikeičiančius armatūros įtempius, rezultatai yra labai jautrūs eksperimentiniams netikslumams.

Literatūroje pasiūlyta keletas skirtingų tangentinių įtempių nuo praslydimo nustatymo empirinių išraiškų:

1. Rehm (1961).

$$\tau = f_{c,cub} \cdot (\varphi \cdot s^\alpha \pm \psi \cdot s), \quad (1.9)$$

čia $f_{c,cub}$ – kubinis betono stipris, φ , ψ ir α – teorinės ir empirinės konstantos, s – praslydimas.

2. Nilson (1968).

$$\tau = 998,4 \cdot s - 584,0 \cdot 10^2 \cdot s^2 + 852,2 \cdot 10^3 \cdot s^3. \quad (1.10)$$

3. Mirza and Houde (1979).

$$\tau = 539,8 \cdot s - 256,1 \cdot 10^2 \cdot s^2 + 592,2 \cdot 10^3 \cdot s^3 - 557,4 \cdot 10^4 \cdot s^4. \quad (1.11)$$

4. Martin (1973).

$$\tau = \tau_0 + c \cdot s^b, \quad (1.12)$$

čia τ_0 – adhezijos įtempiai, c ir b empirinės konstantos.

5. Ciampi, Elinghausen, Bertero, Popov (1981) (1.9 pav.).

$$\tau = \tau_1 \cdot \left(\frac{s}{s_1} \right)^\alpha. \quad (1.13)$$

Pagal Model Code 1990 (1993), esant geroms sukibimo sąlygoms (kai strypai rumbuoti) (1.9 pav.):

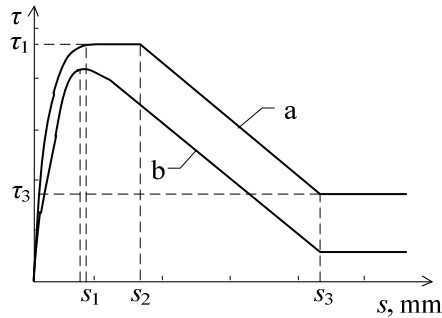
a) suvaržytam betonui: $s_1 = 1$ mm, $s_2 = 3$ mm, $s_3 =$ tarpelis tarp rumbelių,

$$\tau_1 = 2,5 f_{ck}^{1/2}, \quad \tau_3 = f_{ck}^{1/2}, \quad \alpha = 0,4,$$

b) nesuvaržytam betonui: $s_1 = s_2 = 0,6$ mm, $s_3 = 10$ mm,

$$\tau_1 = 2,0 f_{ck}^{1/2}, \quad \tau_3 = 0,3 f_{ck}^{1/2}, \quad \alpha = 0,4,$$

čia τ – tangentiniai įtempiai, s – praslydimas.



1.9 pav. Lokalių sankibos įtempių nuo praslydimo priklausomybės analizinis modelis:
a) suvaržytas betonas; b) nesuvaržytas betonas

Fig. 1.9. Analytical model for local bond stress-slip relationship: a) confined concrete;
b) unconfined concrete

6. Shima, Chou, Okamura (1987).

$$\tau = f_c \cdot \frac{0,73 \cdot [\ln(1 + 5000 \cdot s \cdot l \cdot d_b)]^3}{1 + \varepsilon_s \cdot 10^5}. \quad (1.14)$$

Šis modelis yra gerokai pažangesnis, nes atsiranda plieno takumo įtempiai.

Mokslininkai Edwards and Yannopoulos (1979), Eligehausen, Popov and Bertero (1983), Elfgren and Noghabai (2001), Focacci, Nanni and Bakis (2000) ir kt., eksperimento metu pastebėjo, kad veikiant bandinius statine vienkartinė tiesiškai kintančia apkrova, pagrindiniai įtakojančys sukibimo elgseną rodikliai yra:

- a) betono stipris;
- b) gaubiančio betono sluoksnio storis;
- c) skiedinio liejimo padėtis betonuojant bandinius;
- d) armatūros strypo takumo stipris;
- e) armatūros strypo skersmuo;
- f) tarpai tarp armatūros strypų (jei daugiau kaip vienas);
- g) armatūros strypo paviršiaus geometrija;
- h) armatūros paviršiaus sąlygos;
- i) skersinė armatūra (jei naudojama).

Modeliuojant erdvinį ar ašiai simetriško GB elemento armatūros su betonu sukibimą BEM, aprašyti vykstančius procesus sąveikos zonoje yra sudėtinga. Todėl, nagrinėjant sukibimo elgseną, svarbu suprasti, išnagrinėti ir įvertinti lokalius efektus ir pasipriešinimą, pasireiškiančius būtent mikrolygmenyje – tai trintis, armatūros rumbelių poveikis, praslydimas ir t.t. Taip pat būtina susieti GB skerspjuvyje vykstančius procesus su konstrukciniais rodikliais, tokiais kaip apatinio, viršutinio ir šoninių betono sluoksnių storiai, armatūros strypo skersmuo, tarpeliai tarp rumbelių.

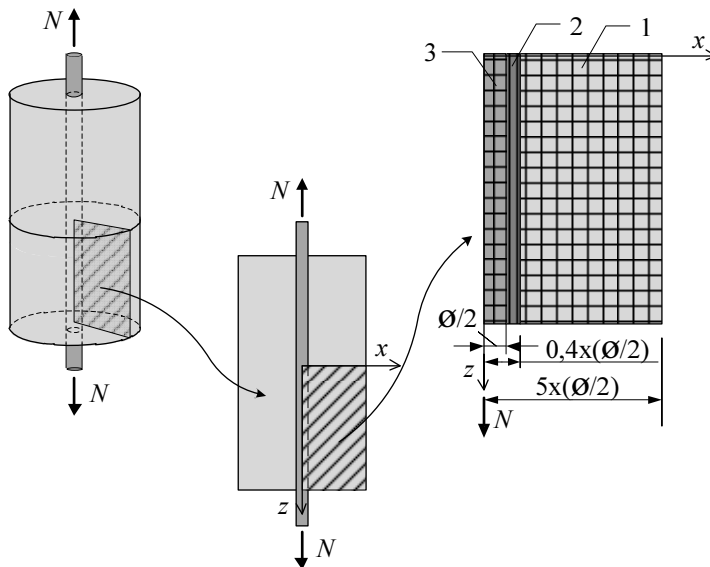
Pirmieji bandymai modeliuoti armatūros sukibimą su betonu BEM buvo pristatyti autorių Ngo and Scordelis (1967), Bresler and Bertero (1968) ir Nilson (1968). Sukibimas buvo modeliuojamas tiesinėmis ir netiesinėmis spyruoklėmis arba įvedant papildomą sluoksnį su tam tikromis savybėmis tarp betono ir armatūros. Pirmieji gauti skaičiavimų rezultatai buvo publikuoti ASCE ataskaitoje (1982).

Pirmieji žingsniai modeliuojant sankiba atvėrė plačias galimybes kitiems (Model code 1990 (1993); RILEM Technical Committee (2001); Khalfallah and Ouchenane (2007); Chang *et al.* (2010); Wei-ping (2011); Casanova *et al.* (2012); Pothisiri and Panedpojaman (2012)).

1.3.1. Sluoksnių ir gardelių modeliai

Kadangi sukibimo sukeliama padariniai pasireiškia betono sluoksniuose, esančiuose arčiausiai armatūros strypo, tai Bresler and Bertero (1968) pasiūlė sluoksnių modelį grįstą BE, skirtą sukibimui modeliuoti (1.10 pav). BEM ašiai simetrinis betono ir armatūros diskretizavimas skirstomas į dvi sritis: vidinę – pasienio sluoksnis, įvertinantis plastines deformacijas ir irimą betono sluoksniuose, esančiuose arčiausiai armatūros strypo; išorinę – nesideformuojantis žiedinio skerspjuvio cilindras. Abejoms sritims yra priskiriama tiesiškai tamprai vienalytinė medžiagų elgsena, o sukibimo sluoksnyje savybės atitinkamai pakeičiamos ($E_2 = 0,06E_1$, $\nu_2 = 2,5 \nu_1$). Sukibimo sluoksnio storis priimamas apie 40 % armatūrinio strypo skersmens.

Panašius modeliavimo principus taikė ir Reinhardt *et al.* (1984), tik sukibimo zonos sluoksnis, su pakeistomis savybėmis, buvo suskaidytas į torus, kaip BE, kurių storis yra lygus armatūros strypo skersmeniui. Toras, kaip atskiras elementas, atitinka rumbelių formą. Toro netiesinė elgsena aprašoma tampriu plastiniu dėsniu gniuždant ir tampriu sustandėjimo dėsniu tempiant. Moro Kulono irimo paviršius kerpamam strypui tempiant yra priimamas pagal daugiaašį apkrovimą. Kai BE torai buvo sukalibruoti, jų įdiegimas į bet kurį BE algoritmą (programą), su ašiai simetriniais BE, iš principo leido spręsti visus su sukibimu susijusius uždavinius. Taikant šį metodą, taip pat buvo galima modeliuoti radialinį slėgį, susidarantį ties rumbeliais, bei aukštesnės eilės poslinkius.



1.10 pav. Sukibimo modeliavimas baigtiniais elementais pagal Bresler and Bertero (1968): 1 – išorinis žiedinis betoninis cilindras; 2 – sukibimo zonos sluoksnis su pakeistomis savybėmis; 3 – armatūros strypas

Fig 1.10. Bond modelling by finite element by Bresler and Bertero (1968): 1 – the outer ring of concrete cylinder; 2 – layer of the bond zone with changed properties; 3 – reinforcement bar

Plokštuminis plastiškumo modelis sukibimui modeliuoti sukurtas Cox and Herrmann (1992), remiantis kelių pagrindinių ištraukimo bandymų rezultatais. Modelis apima armatūros praslydimą betono atžvilgiu ir radialinį išsiplėtimą.

Gana specifinis būdas modeliuoti betoną sluoksniais sukibimo zonoje buvo pasiūlytas autorių Van Mier and Vervuurt (1995). Buvo pritaikytas gardelių modelis, iš esmės paremtas mikromechanikos metodais. Šiame modelyje betono sandara keičiama į reguliariai arba atsitiktinai sugeneruotą gardelinę struktūrą, sudaryta iš tempiamų, gniuždomų arba lenkiamų mikrosijų. Irimas imituojamas šalinant tuos mikrostrypus kiekviename apkrovos žingsnyje, kuriuose pasiekiami didžiausi įtempiai, priklausomai nuo stiprumo santykio. Jungiamojo elemento elgsena yra tampri, reiškia kiekviename žingsnyje analizė taip pat yra tampri, bet mažinamas gardelinėje struktūroje esančių jungiamųjų elementų skaičius. Šis skaičiavimo metodas yra subtilus tuo, kad sudėtinga parinkti gardelės strypų ilgį bei jų mechanines savybes, kadangi gardelė atkartoja mikrostruktūrą, o reikiami rodikliai gali būti sukalibruoti tik atliekant eksperimentinius tyrimus makrolygmenyje. Gardelinės struktūros modelis naudojamas tik betono sluoksniui, esan-

čiam arčiausiai armatūros strypo, modeliuoti. Likusiai daliai naudojami keturių mazgų plokščių įtempių būvio BE, priimant prielaidą, kad juose pleišėjimas nevyksta. Plieninis strypas buvo modeliuojamas kaip tamprių spyruoklių rinkinys. Toks sukibimo uždavinys buvo išspręstas tik plokštuminėje aplinkoje, o rezultatai aprašė betono elgseną tik lokaliajoje zonoje prie armatūros strypo.

1.3.2. Diskretaus armavimo modelis

Pleišėjimo diskretizavimas, taikant plyšių plitimo kompiuterinę programą bei netiesinį irimo mechanikos algoritmą, buvo aprašytas Ingraffea *et al.* (1984). Taikant tarpinio sluoksnio elementus ir skaičiuojant įtempių intensyvumo rodiklį didinant apkrovą, bei kaskart atnaujinant BE tinklą, buvo aprašytas plyšio formavimasis ir plitimas. Taip pat buvo sumodeliuoti antriniai plyšiai, nagrinėjant priklausomybę tarp normalinių ir tangentinių įtempių aplink plyšį bei plyšio formos netiesinį modelį. Šio modelio trūkumas – išilginis betono skėlimas ir vietinis glemžimas tarp rumbelių buvo nevertinami.

Sukibimo ir inkaravimo problemos taip pat buvo pristatytos Rots (1991), kur buvo taikomi smulkiųjų ir diskrečiųjų plyšių modeliai. Šie modeliai taikomi modeliuoti ištraukimo ir inkaravimo bandinių irimo elgseną. Pirminiams ir antriniais plyšiams buvo leista vystytis sukančiais, o jų formavimasis ir plitimas buvo leidžiamas tik ašiai simetrinis. Remiantis skaitiniais pavyzdžiais, literatūroje buvo pateiktos sukibimo ir praslydimo prielaidos, kuriomis galima patikrinti modelio tinkamumą. Modeliavimo rezultatai atskleidžia struktūroje sukauptą tamprią energiją, atiduodamą irimo paviršiui sudaryti.

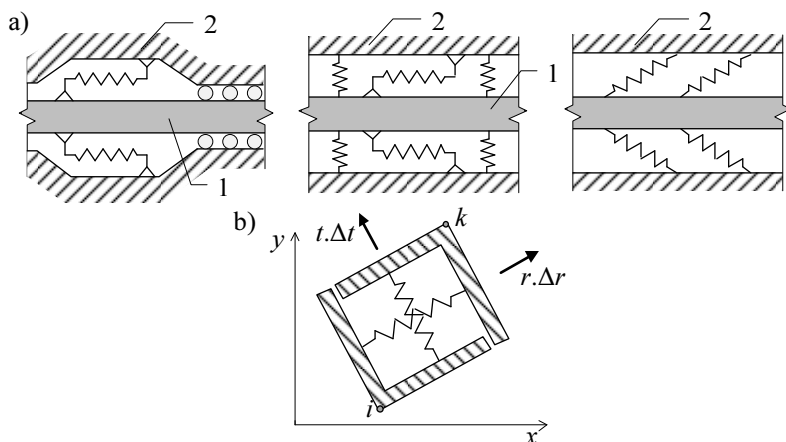
1.3.3. Baigtinių elementų modeliai

Bendras GB elemento darbas, kai betone yra vienas armatūros strypas, pusiausvyros ir suderinamumo diferencialinių lygčių formulavimas pristatytas Filippou *et al.* (1983). Šiuo modeliu armatūros strypas dalinamas į pasirinktą skaičių tiesinių BE, kuriems priimama kirstinio standumo formuluotė. Taip pat įvedama nepriklausoma formos funkcija, leidžianti diskretizuoti poslinkių ir plieno įtempių pasiskirstymą armatūros strype. Be visa to, šiame modelyje buvo gautas ryšys tarp netiesinės matricos prieaugių vektorių abiejuose strypo galuose ir sėkmingai pritaikytas skaičiuoti fiksuoto galo pasisukimus.

Yankelevsky (1985) suformulavo vienmačio BE modelį, pritaikytą sukibimui analizuoti. Tačiau, šio modelio sukibimo įtempių ir praslydimo kreivė yra dalimis tiesinė, todėl diferencialinės pusiausvyros lygtys turi būti sprendžiamos taip pat dalimis. Turint pilną GB elemento standumo matricą, susidedančią iš sudėtinių strypų, sprendimas vyksta iteracijomis, kol gaunamas reikiamas kiekvieno BE mazgų sutapimas. Pats sukibimas traktuojamas kaip sąveika, kuri

sprendžiama kontaktiniais BE. Priimama, kad arčiausiai armatūros esantis betono sluoksnis yra santykinai plonas, lyginant su strypo skersmeniu ir apsauginio sluoksnio storio. Šie sąveikos BE jungia du mazgus su vienodomis koordinatėmis. Pastaruosius BE aprašė Keuser and Mehlhorn (1987). Šie sąveikos BE leidžia tiek tolygų, tiek netolygų dviejų gretimų elementų susijungimą, įvertinant normalinius įtempius tarp armatūros strypo ir betono. Taikant šiuos BE, buvo gauti gana tikslūs skaitinių modeliavimų rezultatai.

Kritiškas sukibimo tyrimas buvo atliktas Hemmaty *et al.* (1991) BEM kompiuterine programa ANSYS. Pirmiausia, buvo priimta sukibimo kreivė pagal Tassios, kartu su keliais supaprastintais modeliais (standžiai plastiškasis ir tampriai plastiškasis). Taip pat buvo priimtose Vandervalso priklausomybės, atsižvelgiančios į pradinę sąveiką sukibimo zonoje. Autoriai aprašė armatūrinio strypo sąveiką su betonu, taikant vieno laisvumo laipsnio SE (*Ansys, element 39*) (1.11a pav.), kurie aprašomi netiesine apibendrinta poslinkio nuo jėgos priklausomybe (1.11b pav.).



1.11 pav. Spyruoklinio elemento taikymas: a) Įvairūs galimi spyruoklių modeliai, 1 – armatūra, 2 – betonas; b) Ryšinis elementas

Fig 1.11. Application of spring element: a) Various possible spring models, 1 – reinforcement, 2 – concrete; b) Bond-link element

Šiuos SE naudojo ir kiti autoriai, kurie nagrinėjo GB elementų laipsninį irimą, atsižvelgiant į betono skilinėjimą, trintį tarp armatūros strypo ir betono, vietinį glemžimą priekinėje rumbelių dalyje bei skersinės armatūros su apsauginiu betono sluoksniu sąveiką. Sukibimo elgsenai tarp artimiausių dviejų rumbelių aprašyti buvo įdiegtos kelios skirtingos irimo modos – tai Moro Kulono dėsnis bei trintis, su ir be dilatantiškumu.

Monti *et al.* (1997) GB elementui modeliuoti pritaikė jėgos metodu paremtą BE formuluotę. Modeliavimas šiais BE apima keturias nežinomas sritis – sukibimo įtempius, plieninio strypo deformacijas bei įtempius, santykinį praslydimą. Šie veiksniai aprašomi pusiausvyros lygtimis, jeigu siūlomas GB elementas, armuotas vienu armatūros strypu, būtų traktuojamas kaip sistema, sudaryta iš dviejų lygiagrečiai sujungtų komponentų: armatūros strypo ir jungiamojo sluoksnio su supančiu betonu. Tokiu atveju BE standumo matrica yra nustatoma apverčiant pasiduodamumo matricą. Taikant tokį modelį, buvo atlikta keletas skaitinių ištraukimo bei įstūmimo-ištraukimo tyrimų, priimant keletą sukibimo priklausomybių. Rezultatai parodė gerą sutapimą su eksperimentiniais tyrimais.

1.3.4. Įterptinio elemento plyšio modelis

Tarp labiausiai pažengusių BE, skirtų kontinuumo irimui modeliuoti, paskutinė prielaida buvo priimta remiantis taip vadinama vidinės srities sustandėjimo koncepcija. Šiai koncepcijai yra būdingas stiprus poslinkių netolygumas kiekviename BE. Tolimesnis prieš tai susiformavusių plyšių plitimas priklauso nuo esamo įtempių būvio, o ne nuo prieš tai susiformavusių plyšių. Ši koncepcija buvo pristatyta Klisinski *et al.* (1991). Esminė formuluotė remiasi plastiškumo prieaugių teorija ir mazginių poslinkių skaidymu į dvi dalis: pirmoji remiasi kontinuumo prielaidomis, antroji – sustandėjimo sritimis. Plyšio pradžia ir orientacija sustandėjimo srityje aprašoma esamų įtempių būvio kriterijumi. Plyšio plitimas laikosi esminio dėsnio, išreikšto plyšio plitimo intervalu. Medžiagos sustandėjimo prielaida artima fiktyvaus plyšio koncepcijai, taikomai diskrečių plyšių modelyje. Modelis buvo taikytas plokštuminiams uždaviniams spęsti. Sukibimo įtempių ir praslydimo priklausomybė priimta pagal CEB-FIP 90 modeliavimo normas ir buvo naudojama kaip pagrindinis dėsnis, aprašantis sukibimo elgseną. Atliktų skaitinių tyrimų pavyzdžiai rodo, kad šiam sukibimo modeliui reikalingi tik keli medžiagos rodikliai, gaunami eksperimentiškai, o modelio kalibravimas nereikalingas.

1.3.5. Irimo mechanikos modeliai

Užuot įvedinėjant sąveikos arba sukibimo srities BE, kuriems reikia priskirti vidutines medžiagų fizikines bei mechanines savybes, priėmus tam tikrus sutartinius ir neapibrėžtus dydžius, šias sukibimo problemas veiksmingai galima spręsti modeliuojant betono netiesiškumus (įvertinant ir pleišėjimą), taikant irimo mechaniką. Bazant (1990) trapioms medžiagoms modeliuoti sukūrė skaliarinį irimo modelį, suformuluotą tiek lokaliajoje, tiek globaliojoje programinėse aplinkose. Irimas iš esmės atspindi nedidelio ruožo mikroplyšių tankumą ir tai, kad irimas turėtų būti vektorinio dydžio kintamasis iki tol, kol mikroplyšiai pradės

vystytis charakteringose plokštumose. Šiuo modeliu galima aprašyti laboratorinio tipo ardомуosius tyrimus. Skaitiškai atliktų ištraukimo tyrimų rezultatai artimai sutapo su eksperimentinių tyrimų rezultatais.

1.4. Pirmojo skyriaus išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas

Atlikus betono ir armatūrinio plieno medžiagų modelių, jų elgsenos, tarpusavio sąveikos bei įvairių metodų taikymo šios dvikomponentės struktūros modeliavimui literatūros apžvalgą, darome tokius apibendrinimus ir išvadas:

1. Sparti kompiuterinių technologijų pažanga ir naujų modelių poreikis leido tobulinti skaičiavimo metodus medžiagų elgsenai modeliuoti. Per paskutinius du dešimtmečius medžiagų modeliavimas vyksta tiek makro-, tiek mezo-, tiek mikrolygmenyse. Todėl kuriant medžiagų tarpusavio sąveikos modelius, apjungiami kontinualiosios ir skaičiuojamosios mechanikos įrankiai ir medžiagų mokslas. Analiziškai nagrinėti skirtingų medžiagų elgseną, tarpusavio sąveiką bei aprašyti vykstančius procesus yra gana sudėtinga, nes supaprastinančios prielaidos reikšmingai įtakoja skaičiavimo rezultatus. Tačiau, atliktų analizinių tyrimų rezultatai gali būti gana artimi eksperimentinių tyrimų rezultatams, o tokių metodų taikymas yra parankus inžinieriams. Todėl pirmiausia yra būtina suformuluoti ir išspręsti mechaninio būvio tempiant uždavinį makroskopiniu požiūriu, įvertinti analizinio modelio tinkamumą bei išanalizuoti gautus rezultatus.
2. Nagrinėjamosiose struktūrose medžiagų tarpusavio sąveikos mechaninė elgsena apima tiek deformavimąsi, tiek irimą ir pleišėjimą. Nagrinėjant medžiagų sankibos mechaninę elgseną makrolygyje gaunamas globalus rezultatas, o procesai, vykstantys mezo- ir mikrolygiuose, yra nevertinami. Atliekant lokalios srities mikrotyrimus, gali būti aprašomas kiekvienas atskiras struktūros komponentas, o jo įtaką įvertinama ne tik mikro-, bet ir makropožiūriu globaliame modelyje.
3. Analizinių metodų taikymas sankibos mechaninio būvio uždaviniams nagrinėti iš esmės yra tinkamas tik makrolygmenyje, kadangi įvestos uždavinį supaprastinančios prielaidos apriboja galimybes ir neleidžia atskleisti esmės mikrolygmenyje.
4. Mikromechanikos metodai, tokie kaip skaitinis DEM, gali būti taikomi plataus spektro irimo uždaviniams spręsti, tačiau norint realizuoti šį metodą turi būti kuriami ir taikomi dalelių sąveikos modeliai. Kuriant diskretųjį modelį nevienalytės struktūros aprašymui mikrolygmenyje, reikia sudaryti ir ištirti dviejų dalelių sąveiką, įvertinant daleles jungiantį tarpį

nį sluoksnį. Sukūrus tinkamą dalelių sąveikos modelį, pastarasis gali būti taikomas tiek nevienalytės, tiek ir vienalytės struktūros teorinėms bei technologinėms problemoms nagrinėti.

5. Taikant DE metodą nevienalyčiams deformuojamiems kūnams modeliuoti susiduriama su keblumais. Vieningos diskretizavimo metodikos, kuri leistų aprašyti nevienalyčių struktūrų elgseną, dar nėra sukurta. Todėl pritaikius sukurta diskretųjų modelį nevienalytės struktūros diskretizavimui, reikia ištirti jos sankibos su armatūra deformavimąsi ir pleišėjimą tempiant.
6. Viena iš pagrindinių medžiagų modeliavimo DEM problemų yra susijusi su dalelių sąveikos ir su ryšio tarp mikro- ir makrotampriųjų savybių rodiklių nustatymu, t. y. modelio kalibravimu.

Kad DEM taptų plačiau taikomas įvairaus tipo mechaniniams fizikiniams reiškiniams modeliuoti, reikalingi tobulesni dalelių sąveikos modeliai.

Armatūros su betonu sąveikos tyrimai analiziniu ir baigtinių elementų metodais

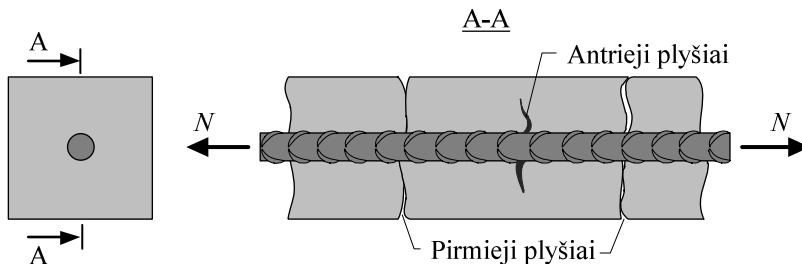
Tiek eksperimentiškai, tiek ir skaitiškai armatūros su betonu sąveikai nagrinėti buvo naudojami cilindro arba prizmės formos betoniniai bandiniai su centre išilgine kryptimi įbetonuotais armatūros strypais. Tiriant, tempiamoji jėga buvo pridėta prie armatūros strypo laisvojo galo, o betono paviršius tame pačiame GB elemento gale, buvo laikomas atraminio slėgio reakcijų (1.4a pav.). Didžiausias šios bandymų metodikos trūkumas yra tas, kad besiliečiančio su atramine plokštuma gniuždomo betono didelis paviršiaus sukibimas stipriai sumažina ar net panaikina skersinių plyšių susidarymo galimybę. Pastebėjus šį trūkumą, armatūros sukibimo su betonu bandiniai buvo patobulinti apkraunant juos per priešingose pusėse esančius armatūros galus tempiančiomis jėgomis (1.4b pav.). Taigi, pasireiškiantys sukibimo (šlyties) įtempiai veikia išilgai armatūros strypo sandūros zonos paviršiuje tarp armatūros ir betono. Pastaruoju metu, nagrinėjant sukibimo elgseną ir ją įtakančius veiksnius, nagrinėjamos 1.4b paveiksle pavaizduotos betoninės, vienu strypu armuotos, kvadratinės prizmės arba cilindrai. Toks modelis neapsprendžia visos konstrukcijos elgsenos, tačiau gali labai tiks-

liai įvertinti sukibimą įtakančius veiksnius bei nuosekliai parodyti įrimo vyksmą.

Taigi, šiame skyriuje suformuluotas strypu armuotos betoninės prizmės tempiant uždavinys makroskopiniu požiūriu ir analiziškai bei BEM ištirtas šio modelio deformavimasis ir pleišėjimas. Šio skyriaus medžiaga autoriaus paskelbta kartu su bendraautoriais vienoje publikacijoje (Zabulionis *et al.* (2012)).

2.1. Sankibos įtempių ir praslydimo tyrimas analiziniu metodu

Panagrinėkime betoninį kvadratinio skerspjūvio, prizmės formos elementą, armuotą vienu armatūros strypu, esančiu skerspjūvio svorio centre (2.1 pav.). Tempimo jėga pridedama prie laisvųjų armatūros galų. Dėl ašinės jėgos veikimo tiriamas GB elementas nebus nei lenkiamas, nei kerpamas, o tik tempiamas. Pirminkime prielaidą, kad betono ir armatūros strypo deformavimas vyksta tampriai, kol pasiekiamas betono tempiamasis stipris. Pasiekus betono tempiamojo stiprio ribinę reikšmę, betonas ima pleišėti. Pirmiausia, mikroplyšiai susiformuoja ties armatūros rumbeliais. Didinant apkrovą mikroplyšiai didėja ir ardo GB elemento betoną.



2.1 pav. Plyšiai tempiamame gelžbetoniniame elemente
Fig. 2.1. Cracks in the tensioned reinforced concrete element

Nagrinėjant tamprios stadijos, kai deformacijos tiek armatūroje, tiek betone yra vienodos ($\varepsilon = \varepsilon_s = \varepsilon_c$), galioja paprasčiausias analizinis modelis:

$$\varepsilon = \frac{N}{B}, \quad (2.1)$$

čia ε – bendros santykinės GB elemento deformacijos, ε_s – armatūros santykinės deformacijos, ε_c – betono santykinės deformacijos, N – GB elementą veikianti ašinė jėga, B – bendrasis GB elemento standumas. Bendras GB elemento standumas yra išreiškiamas sekančiai:

$$B = A_s E_s + A_c E_c, \quad (2.2)$$

čia A_s ir E_s yra armatūros skerspjūvio plotas ir tamprumo modulis, A_c ir E_c – betono skerspjūvio plotas ir tamprumo modulis. Tuomet, bendrosios deformacijos yra:

$$\varepsilon = \frac{N}{A_s E_s + A_c E_c}. \quad (2.3)$$

Išreiškiant armatūros praslydimą betone, priimama, kad be galo trumpo armatūros ruožo dx lokalus praslydimo prieaugis $d\Delta$ lokalyje x ašyje apibrėžiamas kaip armatūros ir betono deformacijų skirtumas:

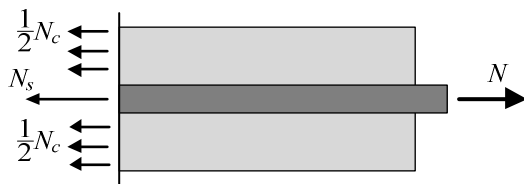
$$\frac{d\Delta}{dx} = \varepsilon_s - \varepsilon_c. \quad (2.4)$$

Kinematine prasme $\varepsilon_s > \varepsilon_c$, nes ašinė jėga pirmiausia paveikia būtent armatūros strypą, o po to tik persiduoda į betoną.

Atlikus (2.4) lygties diferencijavimą GB elemento išilginės x ašies atžvilgiu, gauname:

$$\frac{d^2\Delta}{dx^2} = \frac{d\varepsilon_s}{dx} - \frac{d\varepsilon_c}{dx}. \quad (2.5)$$

Išpjovus išilgine kryptimi tam tikrą dalį iš 1.4 paveiksle pateikto GB elemento, gauname skaičiuojamąją schemą (2.2 pav.).



2.2 pav. Gelžbetoninio elemento skaičiuojamoji schema
Fig. 2.2. Calculation scheme of reinforced concrete member

Tuomet, sudarome pusiausvyros lygtį:

$$N = N_c + N_s = A_c E_c \varepsilon_c + A_s E_s \varepsilon_s = A_c E_c (\varepsilon_c + \eta \rho \varepsilon_s), \quad (2.6)$$

čia N_c – atstojamoji jėga betone, N_s – atstojamoji jėga armatūroje, η – armatūros ir betono tamprumo modulių santykis, ρ – armavimo koeficientas.

Diferencijuojant (2.6) lygtį x ašies atžvilgiu, gauname:

$$A_c E_c \left(\frac{d\varepsilon_c}{dx} + \eta \rho \frac{d\varepsilon_s}{dx} \right) = 0, \quad (2.7)$$

$$\frac{d\varepsilon_c}{dx} = -\eta \rho \frac{d\varepsilon_s}{dx}. \quad (2.8)$$

Ištačius (2.8) išraišką į (2.5) išraišką, gauname:

$$\frac{d^2 \Delta}{dx^2} = (1 + \eta \rho) \frac{d\varepsilon_s}{dx}. \quad (2.9)$$

Priėmus, kad armatūros strypo paviršiuje tangentiniai įtempiai τ ilgio vienetuose yra lygūs armatūros skerspjūvio įtempiams σ_s :

$$\tau \pi d = \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \sigma_s, \quad (2.10)$$

suprastinę gauname, kad tangentinių įtempių ilgio vienetu išraiška lygi:

$$\tau = \left(\frac{d}{4} \right) \sigma_s = \left(\frac{d}{4} \right) E_s \frac{d\varepsilon_s}{dx}. \quad (2.11)$$

Ištačius (2.11) išraišką į (2.9) išraišką, gauname:

$$\frac{d^2 \Delta}{dx^2} = \frac{4(1 + \eta \rho)}{E_s d} \tau. \quad (2.12)$$

Lygtis (2.12) yra vadinama lokalaus sankibos praslydimo ir lokalių sankibos įtempių diferencialine lygtimi. Įtakojantys sąryšį faktoriai tarp sankibos įtempių ir praslydimo yra betono ir armatūros tamprumo moduliai, GB elemento skerspjūvio armavimo koeficientas bei armatūros strypo skersmuo.

2.1.1. Sankibos įtempių nuo praslydimo analizė taikant sudėtinių strypų teoriją

Netiesinė, antros eilės diferencialinė lygtis, aprašančios armatūros sukibimą su betonu, neturi tikslaus sprendinio. Todėl, lygties skaitiniai sprendiniai gaunami taikant pusiau analizinius metodus (Holmyanskii 1981, 1997; Russo and Pauletta 2006). Kaklauskas *et al.* 2008, 2011 ir Gribniak *et al.* 2009, 2013 pasiūlė keletą analizinių algoritmų, skirtų lenkiamų GB elementų tempiamajam sustandėjimui nustatyti. Šių autorių prielaidos paremtos eksperimentinių tyrimų rezultatais, nagrinėjant betono susitraukimą ir valkšnumą.

Kitos netiesinės diferencialinės lygtys, skirtos nagrinėti ir aprašyti armatūros su betonu sankibą, gaunamos iš šlyties jėgų, veikiančių tarp konstrukcijos skirtingų sluoksnių (Rzhanicyn 1986). Šis metodas vadinamas jėgos prieaugių metodu. Diferencialinės lygtys buvo išvestos sluoksniuotoms konstrukcijoms – sudėtiniams strypams, bet gali būti taikomos sukibimo sąveikai tarp armatūros ir betono nagrinėti. Poslinkių prieaugių metodas pranašesnis už jėgų prieaugių metodą tuo, kad leidžia gauti apibendrintas netiesines diferencialines lygtis. Tuo tarpu armatūros sukibimo su betonu eksponentinio dėsnio netiesinių diferencialinių lygčių tikslūs analiziniai sprendiniai pateikti Russo and Pauletta (2006).

Taigi, atsižvelgus į aptartus tyrimus, taikant Rzhanicyn (1986) pasiūlytą sudėtinių strypų modelį, nagrinėjamas centriškai tempiamo, kvadratinės prizmės formos, GB elemento elgsena ir pleišėjimas. Nagrinėjamo GB elemento geometrija ir apkrovimo sąlygos yra schematiškai pavaizduoti 2.3a paveiksle. GB elementas apkraunamas centriškai tempiančia jėga N_s^0 , pridedant prie laisvųjų armatūros galų. Taip pat atsižvelgiama į betono susitraukimo deformacijos.

Tiriamas GB elementas aprašomas pradiniu ilgiu l_0 , kvadratinio skerspjūviu ir betono apsauginio sluoksnio storio δ aplink armatūrą (2.3a pav.). Tuomet tempiamo GB elemento skerspjūvio kraštinė yra lygi $2\delta + d$.

Taikant sudėtinių strypų teoriją modeliui analizuoti, priimamos tokios prielaidos:

1. Betonas ir armatūra yra izotropinės ir vienalytės medžiagos visame tūry.
2. Betono ir armatūros elgsena yra idealiai tampri, tenkinamas Huko dėsnis.
3. Tempiamame GB elemente susidaro tik ašinės tempimo jėgos.
4. Priklausomybė tarp tangentinių įtempių ir praslydimo yra tiesinė.
5. Armatūros su betonu sukibimo įtempiai yra tolygiai pasiskirstę išilgai armatūros strypo paviršiaus.
6. Plokščiųjų pjūvių hipotezė galioja atskirai betonui ir atskirai armatūrai.

Bendruoju atveju betonas deformuojasi netiesiškai. Tempiamo betono deformacijų priklausomybė nuo įtempių yra artima tiesiniam dėsniui, todėl antroji prielaida gali būti priimama kaip pirminė prielaida, skirta nagrinėti tempiamą GB elementą. Armatūros strypo elgsena tempiant taip pat gali būti priimama kaip tampri tiesinė iki takumo ribos, todėl galime teigti, kad antroji prielaida taip pat galioja ir armatūros strypui. Ketvirtoji prielaida nėra visai tiksli, kadangi sukibimo įtempių priklausomybė nuo praslydimo yra akivaizdžiai netiesinė. Tačiau, iki tam tikrų sukibimo įtempių, elgsena laikoma tiesiškai tampria. Penktoji prielaida apie tolygų sukibimo įtempių pasiskirstymą taikoma pakankamai ilgam armatūros strypui.

Remiantis sudėtinių strypų modeliu Rzhanicyn (1986), suminės šlyties jėgos $T(x)$, atsirandančios armatūros ir betono sankibos zonoje, diferencialinė lygtis yra:

$$\frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial^2 T(x)}{\partial x^2} = \gamma T(x) + \Delta, \quad (2.13)$$

čia ξ yra armatūros ir betono sandūros standis, Δ – nuo išorinių apkrovų bei susitraukimo deformacijų susidariusių betono ir armatūros deformacijų skirtumas, skaičiuojamas pagal (2.15) išraišką, γ – GB elemento pasiduodamumas:

$$\gamma = \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}. \quad (2.14)$$

(2.13) lygtyje sąlyginis deformacijų skirtumas Δ , skaičiuojamas taip:

$$\Delta = -\frac{N_s^0}{E_s A_s} + \frac{N_c^0}{E_c A_c} - \varepsilon_{sh}. \quad (2.15)$$

čia N_s^0 ir N_c^0 yra išorinės ašinės jėgos, ε_{sh} – betono susitraukimo deformacijos. (2.15) išraiškoje išorinės tempiančios jėgos N_s^0 ir N_c^0 priimamos su pliuso ženklu, gniuždančios – su minuso ženklu. Betono susitraukimo deformacijos ε_{sh} priimamos teigiamos. Taip pat priimama, kad išorinės tempiančios jėgos pridėtos atitinkamai GB elemento skerspjūvio geometriniame svorio centre.

Bendrasis lygties (2.13) sprendinys buvo pateiktas Polyanin and Zaitsev (2002):

$$T(x) = C_1 \cdot \sinh(\lambda x) + C_2 \cdot \cosh(\lambda x) - \frac{\Delta}{\gamma}, \quad (2.16)$$

čia $\lambda = \sqrt{\xi \cdot \Delta}$, C_1 ir C_2 integravimo konstantos, priklausančios nuo kraštinių sąlygų.

Integravimo konstantos nustatytos atsižvelgiant į sąlygas, kai suminė šlyties jėga GB elemento galuose bei sandūros šlyties jėga GB elemento viduryje lygios nuliui. Žinant, kad koordinatų sistemos xyz centras yra nagrinėjamo GB elemento skerspjūvio geometriniame svorio centre (2.3a pav.), užrašome tokias kraštines sąlygas:

- a) suminė šlyties jėga $T(x)$, nagrinėjamo GB elemento galuose, yra lygi nuliui (2.3b pav.):

$$T\left(\frac{-l}{2}\right) = T\left(\frac{l}{2}\right) = 0, \quad (2.17)$$

- b) esant simetriškam GB elementui, veikianti šlyties jėga ilgio vienetė $\tau(x)$, ties nagrinėjamo GB elemento centriniu pjūviu, yra lygi nuliui:

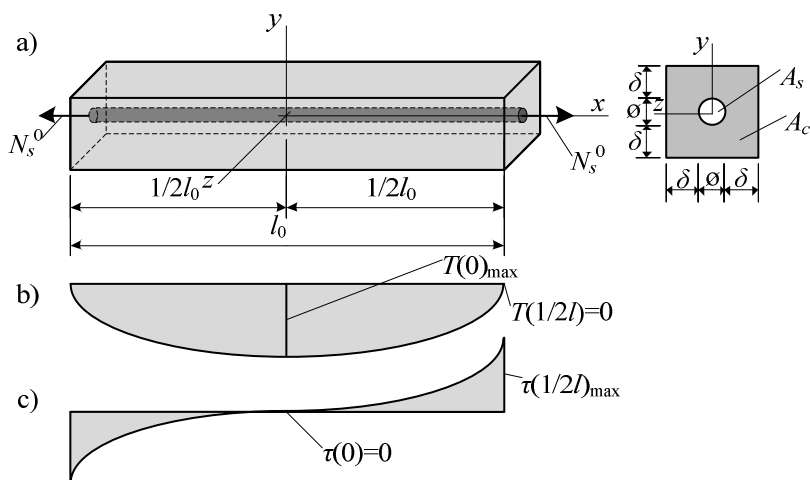
$$\tau(x)\Big|_{x=0} = \frac{\partial T(x)}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0. \quad (2.18)$$

Taigi, iš (2.17) ir (2.18) gauname integravimo konstantas C_1 ir C_2 :

$$C_1 = 0, \quad C_2 = \frac{\Delta}{\gamma}, \quad (2.19)$$

čia

$$\eta = \frac{1}{\cosh\left(\frac{1}{2}\lambda l\right)}. \quad (2.20)$$



2.3 pav. Nagrinėjamas GB elementas: a) tempiamas GB elementas ir jo skerspjūvis; b) suminės šlyties jėgos $T(x)$ pasiskirstymas; c) šlyties jėgos $\tau(x)$ pasiskirstymas ilgio vienetė

Fig. 2.3. Analyzed RC element: a) tensioned RC element and its cross-section; b) distribution of total shear force $T(x)$; c) distribution of shear force per unit length $\tau(x)$

Galutinė sandūroje veikiančios suminės šlyties jėgos išraiška yra tokia:

$$T(x) = \frac{\Delta}{\gamma} (\eta \cdot \cosh(\lambda x) - 1). \quad (2.21)$$

Tuomet, armatūros ir betono normaliniai įtempiai yra apskaičiuojami taip:

$$\sigma_s(x) = \frac{(N_s^0 - T(x))}{A_s}, \quad (2.22)$$

$$\sigma_c(x) = \frac{(N_c^0 + T(x))}{A_c}. \quad (2.23)$$

Šiose išraiškose neigiamas įtempių ženklas rodo gniuždymą, o teigiamas – tempimą.

2.1.2. Gelžbetoninio elemento pleišėjimo analizinis modelis

Panagrinėkime tiriamo GB elemento veikiamo tempiančios ašinės jėgos N_s^0 ir betono susitraukimo deformacijų ε_{sh} , pleišėjimą. Priimkime, kad GB elementas tempiamas tik už armatūros galų, todėl $N_c^0 = 0$. Prieš apkraunant GB elementą išorinėmis tempiančiomis jėgomis, jis yra deformuotas nuo betono susitraukimo deformacijų. Jeigu armatūros strypo standumas lyginant su betono standumu yra nereikšmingas, tuomet veikiant betono susitraukimo deformacijoms, GB elementas nepleišėja. (2.23) išraiška rodo, kad jeigu $N_c^0 = 0$, įtempiai betone yra didžiausi nagrinėjamo nesupleišėjusio GB elemento centriniame skerspjūvyje ir pasiskirsto visame skerspjūvio plote vienodai.

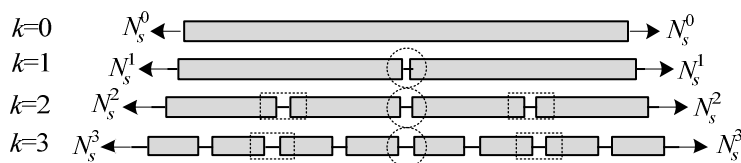
Didinant pridėtą prie armatūros galų ašinę jėgą N_s^0 , didėja tempimo įtempiai betone σ_c . Atsižvelgiant į betono irimo kriterijų $\sigma_c = f_{ctm}$, kai f_{ctm} yra vidutinis tempiamasis betono stipris, sprendžiame apie GB elemento pleišėjimą. Teoriškai plyšys atsivers iš karto visu skerspjūvio plotu. Pirmasis plyšys GB elemente atsiveria ties centriniu GB elemento skerspjūviu, dalindamas jį pusiau. Kiti plyšiai vystosi panašiai: kai pasiekiamas vidutinis tempiamasis betono stipris, naujai plyšiai atsiranda ties susiformavusių pusių centru. Po antrojo pleišėjimo žingsnio turime keturis GB elemento blokus ir tris tolygiai išdėstytus plyšius. Toliau, didinant ašinę jėgą, GB elementas pleišėdamas pasidalina į 8 atskirus blokus ir susiformuoja dar 4 plyšius. Bendrai turime 7 susiformavusius plyšius. Toks pleišėjimas tęsiamas iki pasiekiami armatūros takumo įtempiai (2.4 pav.).

Naujų plyšių atsiradimą tempiamame GB elemente pavadinkime pleišėjimo stadija k . Kai GB elementas yra nesupleišėjęs, $k = 0$. Tuomet, pirmojo plyšio atsiradimas bus $k = 1$, antrųjų plyšių atsiradimas bus $k = 2$. Kitų plyšių atsiradimo metu k didėja vienetu (2.4 pav.).

Taigi, jeigu kiekvienos stadijos metu GB elemento atskirame bloke atsiranda tik vienas plyšys, tuomet priklausomybės tarp pleišėjimo stadijos k ir plyšių skaičiaus $n_{crc,k}$, bei tarp blokų skaičiaus $n_{blc,k}$, yra tokios:

$$n_{crc,k} = 2^k - 1, \quad (2.24)$$

$$n_{blc,k} = 2^k. \quad (2.25)$$



2.4 pav. Gelžbetoninio elemento pleišėjimo schema, esant skirtingoms k

Fig. 2.4. Schematic view of cracking of a reinforced concrete member at different k

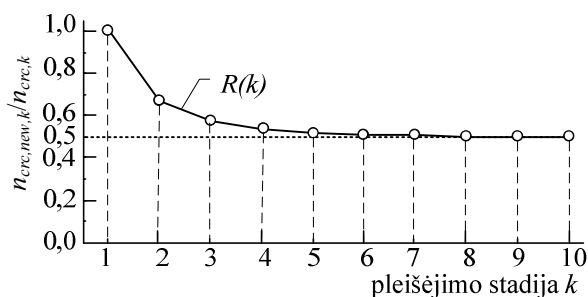
Naujų plyšių skaičius $n_{crc,new,k}$ pleišėjimo stadijoje k išreiškiamas taip:

$$n_{crc,new,k} = 2^{k-1}, \text{ kai } k \geq 1. \quad (2.26)$$

Kaip matyti iš (2.24) – (2.26) išraiškų, plyšių skaičius, naujų plyšių skaičius ir blokų skaičius išreiškiami laipsninėmis funkcijomis. Priklausomybė tarp naujų plyšių skaičiaus ir visų plyšių skaičiaus pleišėjimo stadijoje k :

$$R(k) = \frac{n_{crc,new,k}}{n_{crc,k}} = \frac{2^{k-1}}{2^k - 1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2(2^k - 1)}. \quad (2.27)$$

Iš (2.27) matyti, kad pleišėjimo stadijoms k didėjant, antrasis išraiškos narys artėja prie nulio, o visa funkcija $R(k)$ artėja prie 0,5 (2.5 pav.).



2.5 pav. Funkcijos $R(k)$ priklausomybė nuo pleišėjimo stadijų k

Fig. 2.5. The dependence of the function $R(k)$ on cracking stages k

Iš $R(k)$ kreivės matyti, kad 4-oje stadijoje $R(k) = 0,53(3)$, o 7-oje 0,504. Esant didesnei kaip 7 pleišėjimo stadijai, naujų plyšių skaičius gali būti skaičiuojamas pagal supaprastintą išraišką:

$$n_{crc,new,k} = \frac{1}{2} n_{crc,k}. \quad (2.28)$$

2.1.3. Gelžbetoninio elemento pleišėjimo jėgos ir pailgėjimo skaičiavimas

Turint pagrindines išraiškas, galime aprašyti išorinės tempiančios jėgos skaičiavimo algoritmą. Taigi, jėga pridėta tik prie armatūros galų, tuomet $N_c^0 = 0$. Tempiant GB elementą, pirmasis plyšys atsivers tada, kai $\sigma_c = f_{ctm}$, tuomet, didžiausi tempimo įtempiai GB elemento centre ($x = 0$) yra:

$$\sigma_c(x=0) = A_c \cdot f_{ctm} = T(x=0). \quad (2.29)$$

Ištačius turimą išraišką (2.15) į (2.21) lygtį ir atsižvelgus į (2.29), gauname tempiančios ašinės jėgos, prie kurios GB elementas pleišėja, išraišką:

$$N_{s,crc}^0 = E_s A_s \left(\frac{f_{ctm} A_c \gamma}{1 - \eta} - \varepsilon_{sh} \right). \quad (2.30)$$

Turint įtempius armatūroje pagal (2.22) išraišką, galime rasti vieno (i -ojo) nesupleišėjusio bloko armatūros pailgėjimą:

$$\Delta l_{s,i} = \int_{-l/2}^{l/2} \varepsilon_s(x) dx = \frac{1}{E_s} \int_{-l/2}^{l/2} \sigma_s(x) dx. \quad (2.31)$$

Atlikus (2.31) išraiškos integravimą, gauname pailgėjimą:

$$\Delta l_{s,i} = \frac{1}{E_s A_s} (N_s^0 l + \beta), \quad (2.32)$$

čia

$$\beta = \frac{\Delta}{\gamma} \left(l - 2 \frac{\eta}{\lambda} \sinh \left(\frac{1}{2} \lambda l \right) \right). \quad (2.33)$$

Supleišėjusio GB elemento pailgėjimas susideda iš visų $\Delta l_{s,i}$ pailgėjimų ir yra lygus pailgėjimų sumai ($\Sigma \Delta l_{s,i}$) ((2.35) išraiškos pirmasis narys). Skaičiuojant bendrąjį pailgėjimą Δl_s (2.35), taip pat atsižvelgiama į betono susitraukimo deformacijas, todėl apkrovimo pradžioje, kai prie armatūros galų pridėta tempianti jėga yra pakankamai maža, o betonas traukiasi ($\varepsilon_{sh} > 0$), tai $\Delta l_s < 0$. Todėl galime teigti, kad kaip daugelis eksperimentų rodo, pradinis GB elemento pailgėjimas nėra lygus nuliui. Todėl, pradinis GB elemento pailgėjimas dėl betono

susitraukimo $\Delta l_{s,0}$, turi būti atimtas iš GB elemento pailgėjimo $\Sigma \Delta l_{s,i}$ (2.35). Pradinis GB elemento pailgėjimas $\Delta l_{s,0}$ gali būti skaičiuojamas remiantis (2.31) lygtimi, priimant, kad $N_s^0 = 0$ ir $l = l_0$, kai l_0 yra nesupleišėjusio GB elemento pradinis ilgis. Priimant šias prielaidas bei (2.15) ir (2.20) išraiškas, pailgėjimas $\Delta l_{s,0}$ yra skaičiuojamas sekančiai:

$$\Delta l_{s,0} = \frac{1}{E_s A_s} \frac{-\varepsilon_{sh}}{\gamma} \left(l_0 - \frac{2}{\lambda} \tanh \left(\frac{1}{2} \lambda l_0 \right) \right). \quad (2.34)$$

Kai GB elementas padalintas į tam tikrą blokų skaičių $n_{blc,k}$, tai bendras armatūros pailgėjimas yra:

$$\Delta l_s = \left(\sum_{i=1}^{n_{blc,k}} \Delta l_{s,i} \right) - \Delta l_{s,0}. \quad (2.35)$$

Reikėtų paminėti, kad pailgėjimas Δl_s yra skaičiuojamas prie tos pačios pleišėjimo jėgos $N_{s,crc}^0$ prieš naujo plyšio atsiradimą ir po jo.

2.1.4. Nagrinėjamo Gelžbetoninio elemento geometriniai ir mechaniniai rodikliai

Bendrai apžvelgus GB elemento geometrinius rodiklius charakteristikas bei aprašius sukibimo modelį, tolimesnei analizei pasirenkami tikslūs tiek geometriniai, tiek medžiagų mechaninių savybių rodikliai. Taigi, nagrinėjamo GB elemento savybės ir geometriniai rodikliai pasirenkami tokie, kad vėliau gauti rezultatai galėtų būti lyginami su eksperimentinių tyrimų Elfgren and Noghabai (2001) rezultatais.

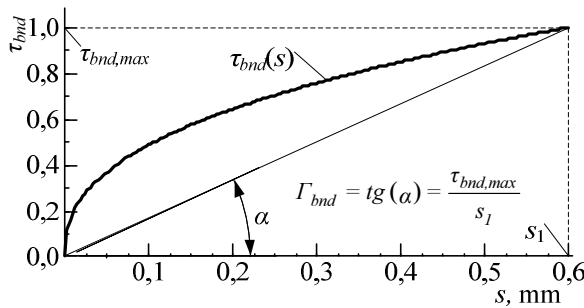
Siekiant išanalizuoti armatūros su betonu sukibimą, ankščiau aprašytame tempiamame GB elemente, nagrinėjami tokie parametrai: betono sluoksnio storis δ , sukibimo standumas ξ , GB elemento pradinis ilgis l_0 bei betono susitraukimo deformacijos ε_{sh} . Pagrindiniai medžiagų rodikliai pateikti 2.1 lentelėje, o geometriniai rodikliai ir nagrinėjamų GB elementų tipai – 2.2 lentelėje.

Panagrinėkime sukibimo standumą ξ detaliau. Kaip matyti iš 1.4 poskyrio, siūloma įvairios įtempių nuo praslydimo priklausomybės, aprašančios sukibimą su betonu. Analizuojant sukibimo savybes aprašanti priklausomybė priimama pagal Model code (1993) išraišką:

$$\tau_{bnd}(s) = \tau_{bnd,max} \left(\frac{s}{s_1} \right)^\alpha, \text{ kai } 0 \leq s \leq s_1, \quad (2.36)$$

Taigi, esant nesuvaržytam betonui ir geroms sukibimo sąlygoms $s_1 = 0,6$, $\alpha = 0,4$ ir $\tau_{bnd,max} = 2\sqrt{f_{ck}}$, čia f_{ck} yra charakteristinis gniuždomasis betono stipris $f_{ck} = f_{cm} - 8$ (MPa), o f_{cm} yra vidutinis betono gniuždomasis stipris. Stipris f_{ck} apibrėžia sukibimo įtempių charakteristinę reikšmę $\tau_{bnd,max}$.

Priimame, kad įtempių nuo praslydimo priklausomybė yra tiesinė. Tokiu atveju, sukibimo įtempiai τ_{bnd} gali būti išreikšti taip: $\tau_{bnd}(s) = \Gamma_{bnd} \cdot s$, čia Γ_{bnd} traktuojamas kaip armatūros sukibimo su betonu praslydimo modulis ilgio vienetui (Pa/m). Atsižvelgiant į tiesinį dėsnį, šlyties jėga ilgio vienetui $\tau(s) = \xi \cdot s$. Tuomet, priklausomybė tarp sukibimo įtempių τ_{bnd} ir šlyties jėgos ilgio vienetui τ gali būti užrašoma sekančiais: $\tau = \tau_{bnd} \cdot P$, čia P yra sukibimo zonos perimetras. Tuomet gauname, kad $\xi = \Gamma_{bnd} \cdot P$. Γ_{bnd} , kuris traktuojamas kaip pradinis tangentinis arba kirstinis modulis. Kai $s = 0$, $\tau_{bnd}(s)$ išvestinė pagal praslydimą s yra lygi begalybei. Įtempių nuo praslydimo priklausomybės kirstinis modulis ties s_1 yra $\tau_{bnd,max}/s_1$ (2.6 pav.).



2.6 pav. Sankibos tarp armatūros ir betono įtempių nuo praslydimo priklausomybė ir kirstinis modulis geometrine prasme

Fig. 2.6. Stress-slip relationship for concrete-reinforcement bond and secant modulus in geometric sense

Teoriškai standumas $\xi \in [(P \cdot \tau_{bnd,max}/s_1), \infty]$. Taigi, galime gauti didžiausius sukibimo įtempius $\tau_{bnd,max} = 2\sqrt{f_{cm}} = 2\sqrt{35} = 11,8$ MPa. Praslydimo modulis ilgio vienetui $\Gamma_{bnd} = \tau_{bnd,max}/s_1 = 11,8 \cdot 10^{-3}/0,6 \cdot 10^{-3} = 19,7$ GPa. Sukibimo zonos perimetras $P = 5,0$ cm.

2.1.5. Analizinio modelio įvertinimas

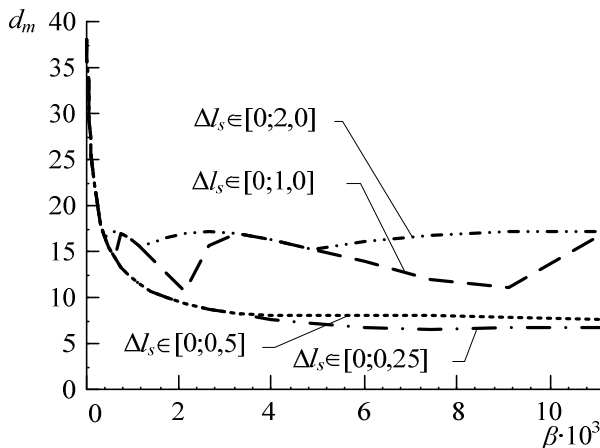
Kadangi sankibos standumas ξ nežinomas, tai įvedamas daugiklis β , kuris parodys, kiek kartų standumas ξ didesnis arba mažesnis nei pagrindinis dydis $\Gamma_{bnd} \cdot P$. Tuomet, galutinis sukibimo standumas, priimtam skerspjuviui, yra: $\xi = \Gamma_{bnd} \cdot \beta \cdot P$.

Standumas ξ randamas minimizuojant didžiausią santykinį skirtumą tarp eksperimentinės ir apskaičiuotos ašinės jėgos reikšmių:

$$d_m = \max \left| \frac{N_{s,exp}^0(\Delta l_s) - N_{s,clc}^0(\Delta l_s)}{N_{s,exp}^0(\Delta l_s)} \right|, \text{ kai } \Delta l_s \in [0, a], \quad (2.37)$$

čia $N_{s,exp}^0$ ir $N_{s,clc}^0$ atitinkamai yra eksperimentinė ir apskaičiuota ašinės jėgos. Kitaip tariant, ξ reikšmė ieškoma tokia, prie kurios santykinis skirtumas tarp jėgų $N_{s,exp}^0$ ir $N_{s,clc}^0$, intervale $[0; a]$ yra mažiausias. Šio intervalo reikšmė gali būti parinkta remiantis eksperimentiniais tyrimais.

Standumo ξ įtaka yra pateikiama priklausomybe tarp santykinio skirtumo d_m ir daugiklio β (2.7 pav.) skirtinguose Δl_s intervaluose nuo 0 iki a , kai $a \in \{0,25; 0,5; 1,0; 2,0\}$ mm, o tempiamojo GB elemento armatūros gaubiančio betono sluoksnio storis $\delta = 3\emptyset$ (tipas (1), 2.2 lentelė). Kai yra skirtingas armatūrą gaubiančio betono sluoksnio storis $\delta \in \{1\emptyset, 2\emptyset, 3\emptyset\}$ prie $\Delta l_s \in [0; 2,0]$ mm (tipas (2), 2.2 lentelė) (2.8 pav.).



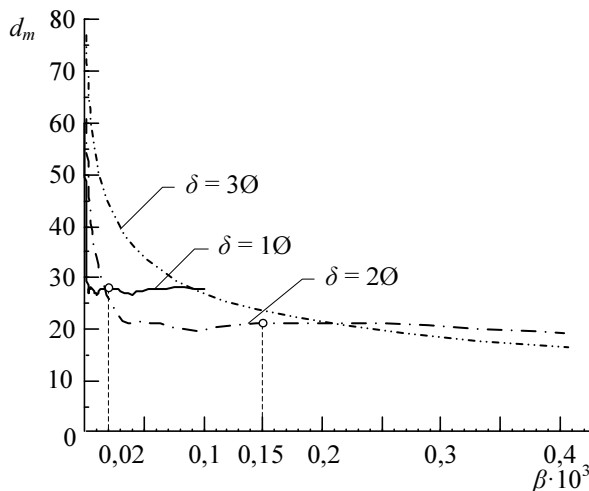
2.7 pav. Priklausomybė tarp santykinio skirtumo d_m ir daugiklio β , esant skirtingam intervalui $[0; a]$, gelžbetoninio elemento tipas (1)

Fig. 2.7. The dependence of the relative difference d_m on multiplier β at different intervals $[0; a]$, type of the reinforced concrete element (1)

Kaip matyti iš 2.7 ir 2.8 paveikslų, didėjant daugikliui β , santykinis skirtumas d_m mažėja. Tačiau mes negalime teigti, kad santykinio skirtumo d_m ribos egzistuoja, kai β artėja prie begalybės. Tikrai galime teigti, kad d_m kitimas, artėjant prie didelių β reikšmių, yra nereikšmingas.

Taigi, priimkime papildomą dydį β^* , ties kuriuo d_m kitimas tampa nereikšmingu, tuomet turėsime intervalą $[\beta^*; \infty)$. Taigi, d_m kitimas intervale $[\beta^*; \infty)$ yra didesnis siaurame Δl_s intervale (2.7 pav.), $\Delta l_s \in [0; a]$, t. y. esant mažoms a reikšmėms, išskyrus intervalą $[0; 1,0]$. Ir atvirkščiai, d_m kitimas yra mažesnis esant didesnėms a reikšmėms. Kai praslydimio modulis Γ_{bnd} artėja prie begalybės, o praslydimas s artėja prie nulio, tuomet β^* artėja prie begalybės, o a artėja prie nulio.

Rodiklio d_m kitimas yra mažesnis, kai tempiamo GB elemento gaubiantis betono sluoksnis yra plonesnis (2.8 pav.): kai $\delta = 1\emptyset$, tai $\beta^* = 20$; kai $\delta = 2\emptyset$, $\beta^* = 150$. Esant storesniam gaubiančio betono sluoksniui, šis kitimas tame pačiame intervale yra didesnis, t. y., kai $\delta = 3\emptyset$, tai $\beta^* \approx 1000$. Taigi, galima padaryti išvadą, kad β^* yra mažesnis, kai gaubiančio betono sluoksnis yra plonesnis, o GB elemente standumas ξ mažėja, mažėjant elemento gaubiančiam betono sluoksnio storiui ir intervalo $\Delta l_s \in [0; a]$ ilgiui.



2.8 pav. Priklausomybė tarp santykinio skirtumo d_m ir daugiklio β , esant skirtingam gaubiančio betono sluoksniui δ , kai $\Delta l_s \in [0; 2,0]$ mm, gelžbetoninio elemento tipas (2)

Fig. 2.8. The dependence of the relative difference d_m on multiplier β at different cover thickness δ , when $\Delta l_s \in [0; 2,0]$ mm, type of the reinforced concrete element (2)

Atlikta analizė rodo, kad sukibimo standumas ξ priklauso tiek nuo armatūros strypo savybių, tiek nuo armatūros strypą gaubiančio betono sluoksnio storio ir nuo pailgėjimo Δl_s intervalo ilgio.

2.1.6. Gelžbetoninio elemento pailgėjimą įtakančių veiksnių analizė

Tempiamo GB elemento pailgėjimą bei pleišėjimą įtakoja armatūros strypo matmenys, jį gaubiančio betono fizikinės ir mechaninės savybės. Labai didelę įtaką tempiamo GB elemento elgsenai, deformavimuisi ir irimui turi armatūros strypą gaubiančio betono sluoksnio storis. Taip pat svarbus yra armatūros strypo pailgėjimo Δl_s intervalo ilgis. Yra kitų gana svarbių veiksnių, lemiančių kitoki tempiamo GB elemento deformavimą. Panagrinėkime tempiamo GB elemento pradinio ilgio l_0 , betono susitraukimo deformacijų ε_{sh} , armatūros strypo su betonu sankibos standumo (arba daugiklio β dydžio), poveikį.

Remiantis 2.1.2 ir 2.1.3 poskyriuose aprašytu analiziniu modeliu ir 2.1.5 poskyryje atliktu šio modelio įvertinimu, atsižvelgiant į sukibimo standumą ξ , reikėtų išanalizuoti eksperimentinę ir analiziniais tyrimais gautą $N_s^0 - \varepsilon_s$ kreives (2.9 pav.). Analizuojant nagrinėjamas tempiamas GB elemento tipas (3) (2.2 lentelė).

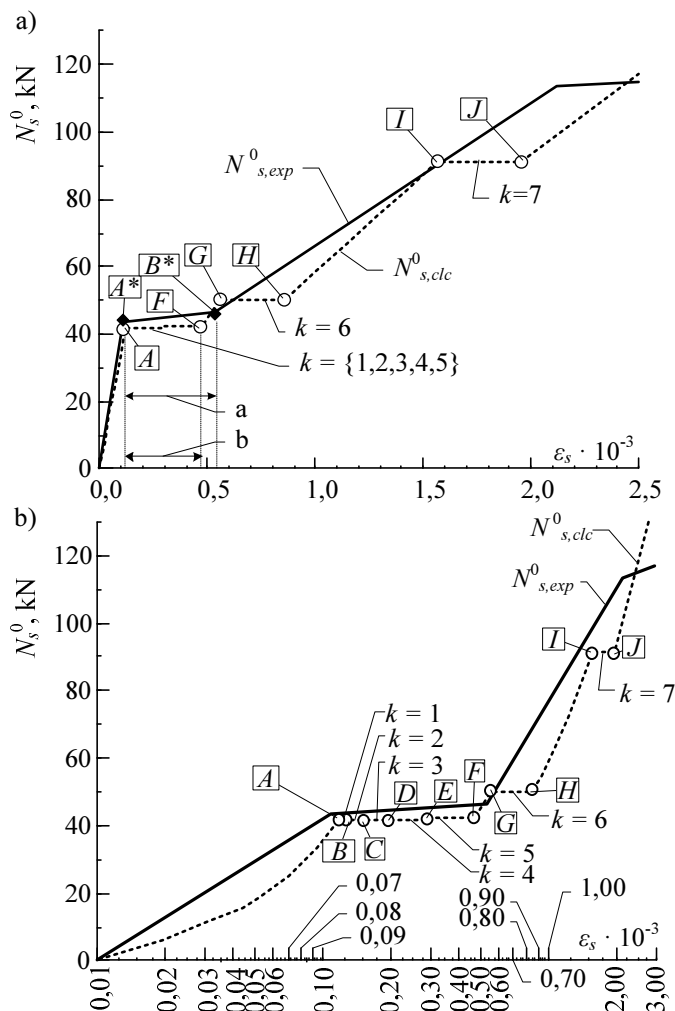
Eksperimentinė kreivė (2.9 pav.), yra atidėta schematiškai, remiantis Elfgrén and Noghabai (2001) eksperimentiniais tyrimais, todėl ši kreivė rodo tik bendrą tempiamo GB elemento elgsenos charakterį. Pažymėti taškai romėniškomis raidėmis A, F, G–J žymi analiziniu būdu gautus plyšių formavimosi etapus, o A* ir B* – eksperimentiniu būdu gautus plyšių formavimosi etapus. Raidė k žymi pleišėjimo stadijas. Šiame modelyje plyšio formavimosi etapas gali apimti tik vieną pleišėjimo stadiją. Kreivės dalis tarp taškų A ir F yra pirmasis plyšių formavimosi etapas, kai pasireiškia penkios pleišėjimo stadijos. Kreivės dalis tarp taškų G ir H yra antrasis plyšių formavimosi etapas, kai pasireiškia šeštoji pleišėjimo stadija.

Tarp pateiktų eksperimentinės ir teorinės kreivių yra keletas skirtumų. Pirmą, teorinė kreivė turi plyšių formavimosi etapus: pirmasis tarp taškų A–F, antrasis tarp taškų G–H ir trečiasis tarp taškų I–J. Tuo tarpu eksperimentinė kreivė su vienu plyšių formavimosi etapu tarp taškų A*–B*. Teorinėje kreivėje tarp taškų A–F yra penkios pleišėjimo stadijos, o tarp taškų G–H ir I–J atitinkamai po vieną pleišėjimo stadiją. Pagal (2.24) išraišką, pirmajame plyšių formavimosi etape tarp taškų A–F, susiformuoja 31 plyšys. Tačiau, nors ir pirmajame plyšių formavimosi etape tarp taškų A–F yra penkios pleišėjimo stadijos ir po vieną sekančiuose šeštame ir septintame etapuose, kiekvieno plyšių formavimosi etapo ilgis yra vienodas. Taip yra todėl, kad 6-oje ir 7-oje pleišėjimo stadijose atsiranda daug naujų plyšių $n_{crc,new,k}$ pagal (2.26) išraišką, atitinkamai 32 ir 64 plyšiai.

Pirmame plyšių formavimosi etape plyšių skaičius $n_{crc,k} = 31$ neatitinka plyšių skaičiaus, gauto remiantis Europos standartu EN 1992-1-1 (2.3 lentelė). Pagal EN 1992-1-1 plyšių skaičius apskaičiuojamas tokia išraiška:

$$n_{crc,k} = \frac{l_0}{\text{ceil}(s_{r,\max})}, \quad (2.38)$$

čia $s_{r,\max}$ yra didžiausias atstumas tarp plyšių, o $\text{ceil}(\cdot)$ yra apvalinimo iki artimiausio sveiką skaičiaus funkcija.



2.9 pav. Analizinis modelis: priklausomybė tarp armatūros strypų tempiančios jėgos ir santykinų deformacijų, gelžbetoninio elemento tipas (3): a) tiesinėje skalėje; b) pusiau logaritminėje skalėje.

Fig. 2.9. Illustration of analytical model: the dependences of the tensile force on relative strains, type of the reinforced concrete element (3): a) linear scale; b) semi-logarithmic scale.

Taigi, pagal EC2 pateiktą (2.38) išraišką, duotam (3) tipo GB elementui $s_{r,max} = 50,3$ cm, kai $n_{crc,k} = 1$. Taigi, teoriniame modelyje yra netikras susidariusių blokų skaičius $n_{blc,k}$. Todėl šiame modelyje susidariusius plyšius ir blokus reikėtų vadinti fiktyviais plyšiais ir blokais.

2.3 lentelė. Pleišėjimo parametrai, gauti pasiūlytu skaičiavimo modeliu ir EC2 siūloma metodika, iki pirmojo pleišėjimo etapo. gelžbetoninio elemento tipas (6)

Table 2.3. Cracking parameters, obtained according to the proposed calculation method and EC2 at the first cracking phase, type of the reinforced concrete element (6)

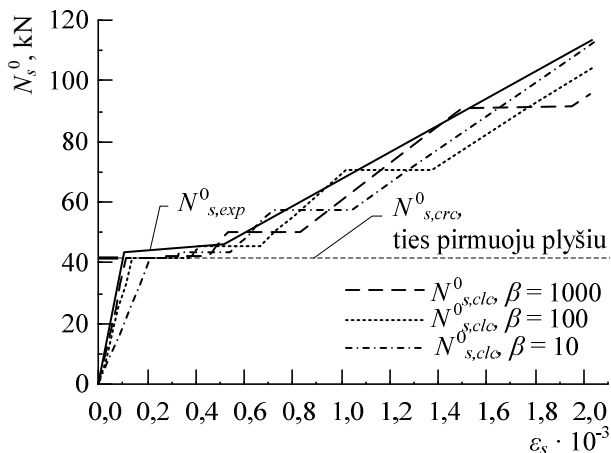
Daugiklis β	Pleišėjimo stadijų skaičius k	Plyšių skaičius $n_{crc,k}$	Blokų skaičius $n_{blc,k}$	Atstumas tarp plyšių $s_{r,max}$, cm
Pagal pasiūlytą analizinį modelį				
10	2	3	4	24,0
100	3	7	8	12,0
1000	5	31	32	3,0
Pagal EC2				
–	–	1	2	50,8

Žvelgiant iš kitos pusės, gautas gana geras sutapimas tarp skaičiuotiniu ir eksperimentiniu būdais nustatytų pleišėjimo etapų. Todėl galime teigti, kad analiziškai apskaičiuotus pleišėjimo etapus galima laikyti tinkamais. Pasiūlytas modelis tinka centriškai tempiamo GB elemento pailgėjimo nuo apkrovos priklausomybei prognozuoti. Didinant sukibimo standumą ξ arba daugiklį β , pirmame pleišėjimo etape pleišėjimo stadijų skaičius k stipriai sumažėja.

Taigi, $n_{crc,k}$ pagal pasiūlytą analizinį modelį ir pagal EN 1992-1-1 labiausiai sutampa tada, kai daugiklis β yra priimamas lygus 10 (2.3 lentelė). Todėl tik esant $\beta = 10$ pleišėjimo rodikliai laikomi tinkamais. Pleišėjimo rodikliai k , $n_{crc,k}$, $n_{blc,k}$ ir $s_{r,max}$ gaunami panašūs, kai β kinta ribose nuo 5 iki 10. Esant skirtingiems sukibimo standumams, kreivės N_s^0 yra artimos ir turi laiptuotą formą (2.10 pav.). Kreivių palyginimas rodo, kad pasiūlytas analizinis skaičiavimo modelis tinka tempiamo GB elemento pailgėjimui nustatyti, tiek plyšių skaičiui ir atstumui tarp plyšių skaičiuoti įvertinti.

Taigi, apkrovimo pradžioje išorinė tempianti jėga N_s^0 , pridėta prie armatūros strypo galų, yra palaipsniui didinama nuo nulio iki tokios apkrovos $N_{s,crc}^0$, ties kuria atsiranda pirmasis plyšys. Kadangi galioja plokščiųjų pjūvių hipotezė, o pleišėjimą aprašo $\sigma_c = f_{cm}$, plyšys atsiveria iš karto per visą tempiamo GB elemento skerspjūvio plotą. Atsivėręs plyšys tempiamą GB elementą dalija į keletą mažesnių blokų, tarpusavyje liekančių susijungusių tik armatūros strypu, todėl mažėja bendrasis tempiamojo GB elemento standumas. Taigi, staiga atsiradus

plyšiui per visą GB elemento skerspjūvio plotą ties tam tikra jėga $N_{s,crc}^0$, lygiai taip pat akimirksniu sumažėja GB elemento standumas. Vykstant šiam akimirksniniui procesui, GB elementas pailgėja, o jėga lieka nepakitusi (2.10 pav.). Jeigu būtų kontroliuojamas poslinkis, tuomet GB elemento pailgėjimas Δl_s liktų nepakitęs prieš atsirandant naujam plyšiui ir plyšimo metu, o dėl staiga sumažėjusio pačio GB elemento standumo, sumažėtų tempianti jėga N_s^0 .

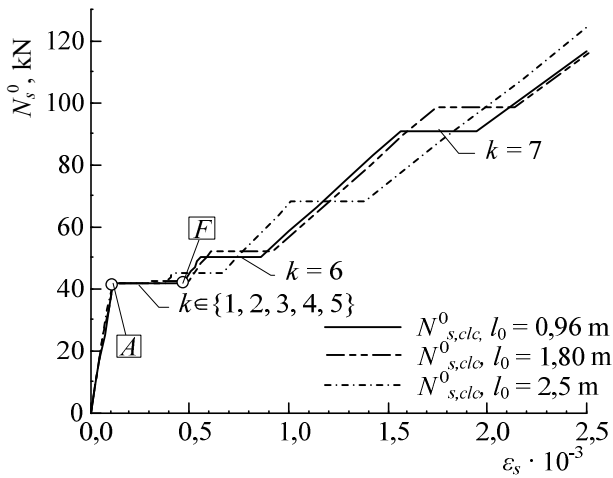


2.10 pav. Priklausomybė tarp armatūros strypą tempiantios jėgos ir santykinų deformacijų, esant skirtingoms β reikšmėms. gelžbetoninio elemento tipas (6)

Fig. 2.10. The dependence of the tensile force on relative strains at different values of β . Type of the reinforced concrete member (6)

Kai N_s^0 pasiekia $N_{s,crc}^0$ atsiranda pirmasis plyšys, prasideda intensyvus pleišėjimo procesas, kitaip dar vadinamas plyšių formavimosi etapu. Jeigu sukibimo standumas yra pakankamas, tuomet jau pirmajame pleišėjimo etape atsiranda daug pleišėjimo stadijų (2.9b pav.). Jeigu sukibimo standumas ξ yra mažas arba GB elementas yra trumpas, tai pirmajame pleišėjimo etape atsiranda tik kelios pleišėjimo stadijos. 2.9 paveiksle pateiktoje teorinio modelio kreivėje N_s^0 prieaugis tarp skirtingų pleišėjimo stadijų, $k \in \{1;2;3;4;5\}$ yra mažas, praktiškai lieka nepakitęs, vadinasi, prieaugis ΔN_s^0 tarp taškų A–F maždaug lygus nuliui.

Santykinės armatūros strypo deformacijos priklauso nuo pradinio GB elemento ilgio l_0 (2.11 pav.). Pleišėjimo stadijos, kurios žymimos raide k , yra pažymėtos tempiamam GB elementui, kurio ilgis $l_0 = 0,96$ m. Apkrovimo pradžioje santykinės deformacijos beveik nepriklauso nuo l_0 , tačiau, po pirmosios plyšių formavimosi stadijos, santykinės deformacijos ima skirtis. Visose kreivėse (2.11 pav.) 5-ios pleišėjimo stadijos pasireiškia pirmajame plyšių formavimosi etape.



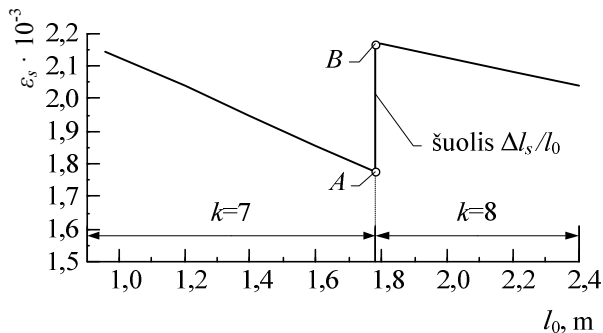
2.11 pav. Analizinis modelis: priklausomybė tarp tempiančios ašinės jėgos ir santykinų deformacijų, esant skirtingiems pradiniais gelžbetoninio elemento ilgiams l_0 .

Gelžbetoninio elemento tipas (4)

Fig. 2.11. Illustration of analytical model: the dependence of the tensile force on relative strains at different initial lengths l_0 of the reinforced concrete element.

Type of the reinforced concrete element (4)

Priklausomybė tarp santykinų deformacijų ir pradinio tempiamo GB elemento ilgio l_0 yra dalimis tiesinė. Kai išorinė tempianti apkrova $N_s^0 = 100$ kN ir GB elemento tipas (5) (2.12 pav.), santykinės deformacijos mažėja tiesiškai, didėjant GB elemento pradiniam ilgiui l_0 .

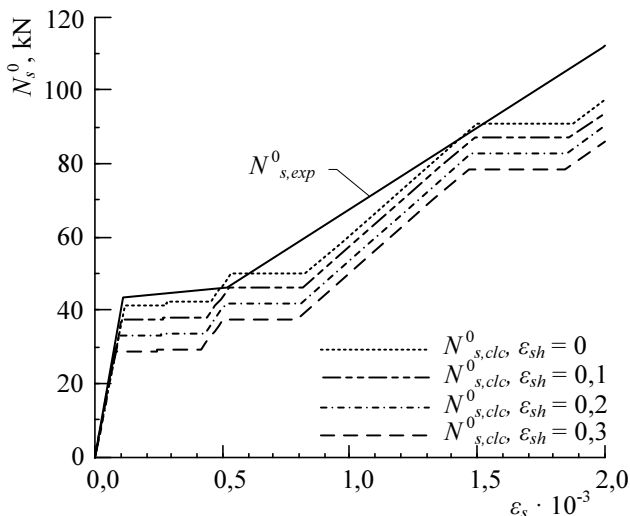


2.12 pav. Priklausomybė tarp santykinų deformacijų ir gelžbetoninio elemento pradinio ilgio, kai ašinė jėga $N_s^0 = 100$ kN, gelžbetoninio elemento tipas (5)

Fig. 2.12. The dependence of the relative strains on the initial length of the reinforced concrete element at load $N_s^0 = 100$ kN. Type of the reinforced concrete element (5)

Tačiau, ties tam tikra pradinio ilgio l_0 reikšme, santykinės deformacijos pasikeičia akimirksniu. Taip atsitinka todėl, kad esant $N_s^0 = 100$ kN, atsiranda papildoma pleišėjimo stadija: kai $l_0 \leq 1,78$ m, tai $k = 7$; kai $l_0 \geq 1,79$ m, tai $k = 8$. Todėl atsirandantys nauji plyšiai tempiamame GB elemente sukelia šuolius santykiname pailgėjime. Pavyzdys rodo, kad santykinų deformacijų priklausomybė nuo bandinio ilgio yra netolydi.

Tempiamo GB elemento standumas didėja, didėjant sukibimo standumui ξ , todėl didėja kreivės pasvyrimo kampas (2.10 pav.), o kreivė $N_{s,clc}^0$ artėja prie eksperimentinės kreivės $N_{s,exp}^0$.



2.13 pav. Priklausomybė tarp tempiančios ašinės jėgos ir santykinų deformacijų, esant skirtingoms betono susitraukimo deformacijoms ε_{sh} . Gelžbetoninio elemento tipas (7)

Fig. 2.13. The dependence of the tensile force on relative strains at different shrinkage strains ε_{sh} of the concrete. Type of the reinforced concrete member (7)

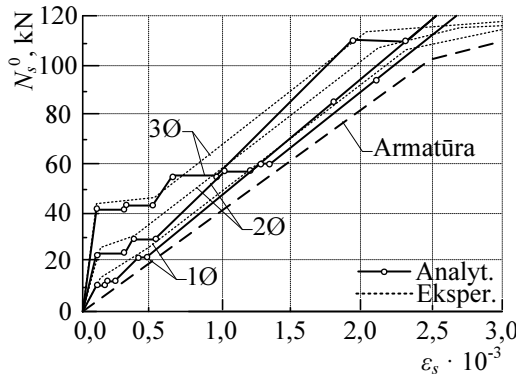
Pagal (2.30) išraišką plyšių atsiradimo jėga $N_{s,crc}^0$ taipogi priklauso nuo sukibimo standumo ξ . Tačiau, jėga, prie kurios atsiranda pirmasis plyšys, faktiškai nepriklauso nuo standumo ξ ir daugiklio β .

Nagrinėtų tempiamų GB elementų tipų nuo (1) iki (6) (2.2 lentelė) skaičiais neatsižvelgta į betono susitraukimą. Todėl siūlomu analiziniu modeliu GB elemente reikia įvertinti ir susitraukimo deformacijas ε_{sh} . Taigi, priklausomybė tarp N_s^0 ir ε_s , įvertinant skirtingo dydžio betono susitraukimo deformacijas ε_{sh} , yra pateiktos 2.13 paveiksle (GB elemento tipas (7)).

Kaip matyti (2.13 pav.), $N_{s,clc}^0$ ir $N_{s,crc}^0$ mažėja, didėjant betono susitraukimo deformacijoms ε_{sh} . Nagrinėjamo GB elemento tipui (7), esant skirtingoms beto-

no susitraukimo deformacijoms ε_{sh} , kreivių charakteris išlieka tas pats. Tačiau, kintant sukibimo standumui ξ arba daugikliui β , kreivių charakteris yra skirtingas (2.10 pav.).

Gautos $N_s^0 - \varepsilon_s$ kreivės, esant skirtingiems armatūros strypų gaubiančio betono sluoksnio storiams δ , yra gana artimos Elfgren and Noghabai (2001) eksperimentinių tyrimų kreivėms (2.14 pav.).



2.14 pav. Analizinių ir eksperimentinių rezultatų (Elfgren and Noghabai (2001)) palyginimas. Priklausomybė tarp ašinės jėgos ir santykinų deformacijų

Fig. 2.14. Comparison of analytical and experimental (Elfgren and Noghabai (2001)) results. Relationship between axial force and relative strains.

Visuose aptartuose grafikuose analizinio tyrimo rezultatai nevisiškai atitinka eksperimentų rezultatus, nes tyrimuose taikomi supaprastinimai, įtakojantys sukibimo elgseną tarp armatūros strypo ir jį gaubiančio betono. Tačiau, paramet-rų analizė leidžia nagrinėti armatūros strypo sukibimą su betonu ir padaryti tam tikras išvadas.

2.2. Tempiamo gelžbetoninio elemento analizė baigtinių elementų metodu

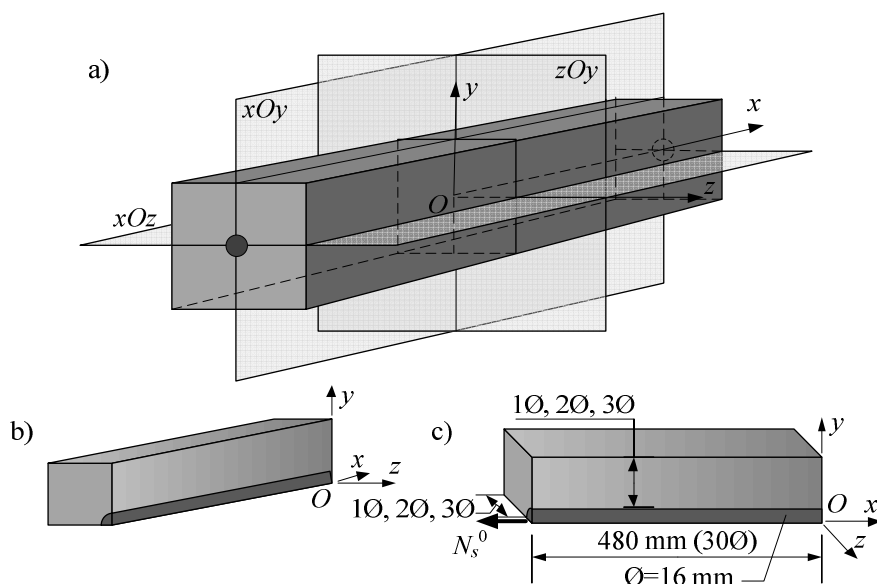
Šiuo metu BEM yra plačiausiai taikomas skaitinis metodas, leidžiantis apytiks-liai spręsti diferencialines lygtis, atsižvelgiant į žinomas pradines bei kraštines sąlygas.

Priimant, kad betonas ir armatūrinis plienas yra vienalytės medžiagos, nag-rinėjamas tempiamas kvadratinio skerspjūvio prizmės formos GB elementas. Tempiamo GB elemento analizė atliekama priartėjimo būdu, atsižvelgiant į ar-matūros paviršiaus formą bei padalinant nagrinėjamą GB elementą į tam tikrą

skaičių blokų, kurie menamai vaizduoja supleišėjusį GB elementą pagal 2.1 poskyryje atliktą tempiamo GB elemento analizę, taikant sudėtinių strypų teoriją.

2.2.1. Baigtinių elementų modelio analizės etapų aprašymas

Nagrinėjamas uždavinys buvo pateiktas 1.4b ir 2.3 paveiksluose. BE modelio matmenys išreiškiami armatūros strypo skersmeniu (\emptyset) (2.15 pav.). Dėl uždavinio formuluotės bei modelio visoms ašims simetrinio būvio, BE modelis supaprastinamas ir skaičiuojamas aštuntadalis (2.15 pav.).



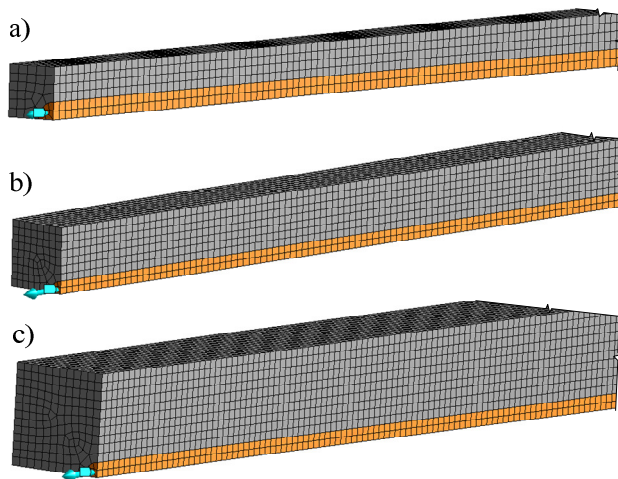
2.15 pav. Uždavinio skaičiuojamoji schema: a) viso modelio; b) aštuntadalio; c) baigtinių elementų modelio matmenys

Fig. 2.15. Calculation scheme of the task: a) of the entire model; b) of the eight part; c) dimensions of the finite element model

Priimto nagrinėti aštuntadalio simetrinės kraštinės sąlygos atitinkamai yra vertikaliose yOz ir xOy bei horizontalioje xOz koordinačių plokštumose. Kitaip tariant, šių paviršių judėjimas yra suvaržytas jiems statmena kryptimi, o visi kiti paviršiai gali judėti laisvai. Tempianti jėga GB elementui perduodama armatūros strypo laisvajam galui (2.15c pav.). Betono ir armatūrinio plieno medžiagų savybės pateiktos 2-ojo skyriaus 2.1 lentelė Betono susitraukimo deformacijos BE skaitiniame modelyje nenagrinėjamos.

Pradėjus skaitinį eksperimentą priimta, kad nagrinėjamame BE modelyje, cilindro formos armatūros strypo paviršius yra lygus be rumbelių, o sąveika tarp

armatūros styro ir gaubiančio betono yra absoliučiai standi, t. y. neleidžiamas joks praslydimas, pasisukimas ar paviršių atsiskyrimas tarp sąveikaujančių paviršių. BE modelio betono ir armatūros styro tūriai dalinami 20-ties mazgų aukštesnės eilės tūriniais erdviniais elementais. Kiekvienas mazgas išreikštas trim laisvumo laipsniais. Sudarant BE tinklą išskirtos dvi sritys – betonas ir armatūros styropas, esant trims skirtingiems gaubiančio betono sluoksnio storiams $1\varnothing$, $2\varnothing$, $3\varnothing$ (2.16 pav.). BE matmenys buvo maždaug pastovūs.



2.16 pav. Baigtinių elementų modelio tinklas, kai betono sluoksnio storis:

a) $1\varnothing$; b) $2\varnothing$; c) $3\varnothing$

Fig. 2.16. Finite element model with mesh, when concrete cover thickness:

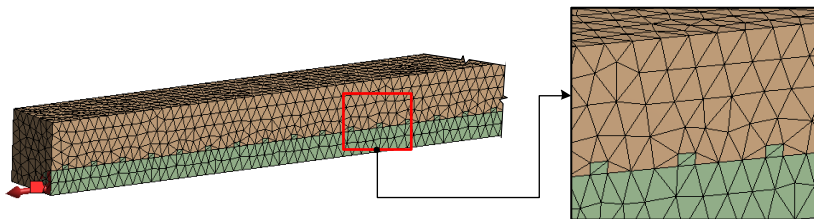
a) $1\varnothing$; b) $2\varnothing$; c) $3\varnothing$

Papildomai modelis buvo tirtas, taikant smulkesnį BE tinklą. Tačiau, gautų rezultatų palyginimas parodė, kad 2.16 paveiksle BE tinklas yra pakankamas ir konvergavimo kriterijai tenkinami.

Po pradinio skaičiavimo, išnagrinėjus bendrąjį GB elemento būvį, esant skirtingiems armatūros styropų gaubiančio betono sluoksnio storiams, antrajam skaičiavimui pasirinktas BE modelis, turintis ploniausią $1\varnothing$ betono sluoksnio storį (2.16a pav.). Šis modelis pasirinktas dėl tokių priežasčių: siekiant mažinti nagrinėjamų uždavinių skaičių, dėl GB elemento mažesnio bendrojo standumo ir dėl mažesnio BE skaičiaus.

Priėmus, kad nagrinėjamas GB elementas yra identiškas anksčiau aprašytam (2.16a pav.) skaitiniam modeliui, sąveikai tarp armatūros ir betono besiliečiančių paviršių aprašyti buvo priimtas Kulono trinties dėsnis. Kadangi modelio armatūros styro paviršius užsiduotas kaip idealiai lygus be rumbelių, tai yra

vienintelis būdas perduoti armatūrą veikiančią apkrovą betonui – sąlyčio prielaida priimta tarpusavyje sąveikaujantiems paviršiams bei paviršius ribojančioms kraštinėms, t. y. šiam kontakto tipui leidžiamas praslydimas bei paviršių atsiskyrimas tarp sąveikaujančių paviršių, pasipriešinimo jėgoms viršijus užduotą trinties koeficiento reikšmę. Kitu tyrimu modelis papildomas įvedant supaprastintos formos rumbelius ant armatūros strypo paviršiaus. BE modelio betono ir armatūros strypo tūriai sudalinami 10-ties mazgų BE, kurie naudojami ten, kur kreivalinijinės geometrijos nepavyksta aprašyti anksčiau taikomais reguliariesniais BE elementais (2.17 pav.).



2.17 pav. Baigtinių elementų modelio nereguliarus tinklas kai armatūros strypas modeliuojamas su rumbeliais

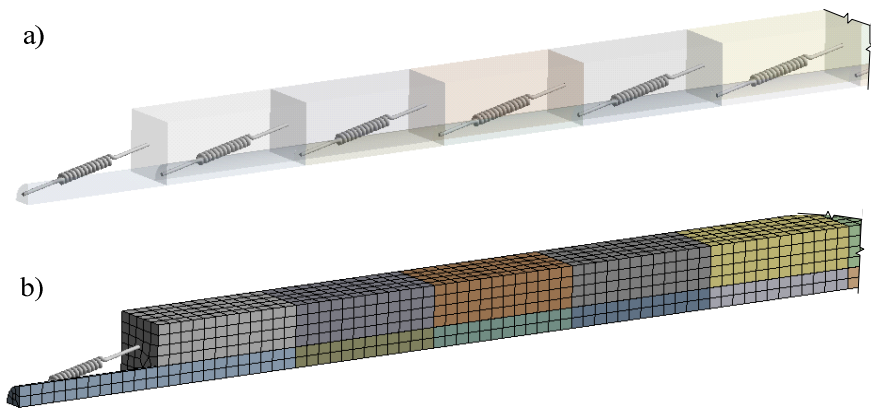
Fig. 2.17. Irregular mesh of finite element model when reinforcement bar modeled with ribs

2.17 paveiksle pateikto modelio analizė buvo atlikta taikant absoliučiai standžios sąveikos prielaidą tarp armatūros strypo ir betono bei įvertinta Kulono trintis tarp šių komponentų paviršių.

Paskutiniame skaitinio BE modeliavimo etape nuspręsta nagrinėti 2.15c ir 2.16a paveiksluose pateiktą modelį, atsižvelgiant į 2.1.2 poskyryje aprašytą teorinį pleišėjimo modelį. Nagrinėjamame BE modelyje cilindro formos armatūros strypo paviršius taip pat yra lygus be rumbelių (2.18a pav.), bet armatūros strypo sąveika su betonu yra aprašoma papildomais ryšiais. Ryšių standumai apskaičiuojami tokiu būdu:

$$k_{st} = \frac{\xi \cdot l_0}{n}, \quad (2.39)$$

čia k_{st} yra vienos spyruoklės standumo konstanta $[N/m]$, ξ – sankibos standumas, l_0 – nagrinėjamo bandinio ilgis, n – sąlyginių ruožų skaičius visame nagrinėjamo modelio ilgyje l_0 .



2.18 pav. Baigtinių elementų modelis su užsiduotais ryšiais: a) ruožų jungimas ryšiais; b) modelio baigtinių elementų tinklas

Fig. 2.18. Finite element model with set links: a) connection of the sections with links; b) model with finite element mesh

2.18b paveiksle modelis sudalintas tokiais pat BE kaip pradiniam skaičiavimų etape. BE tinklo generavimo metu buvo išskirta 17 sričių, iš kurių 8 betono, 9 armatūros. Pateikto modelio analizė buvo atlikta 5-iais etapais (5-ios pleišėjimo stadijos), įvertinant GB elemento darbą, esant skirtingam teorinių plyšių skaičiui: be plyšių, 1, 3, 7 ir 15 plyšių.

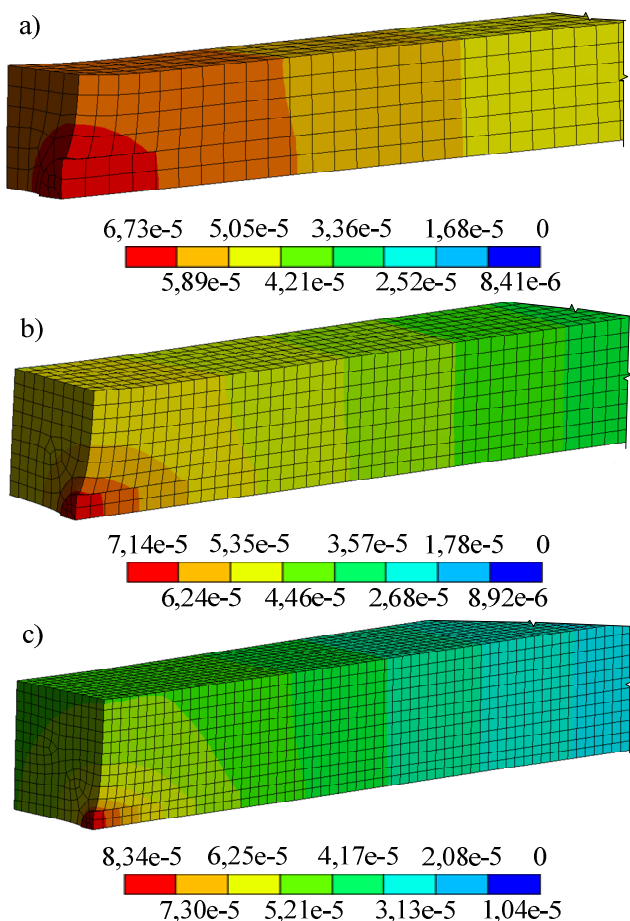
2.2.2. Skaitinio modeliavimo rezultatų analizė

Tempiamo GB elemento skaitinis modeliavimas atliktas 2.2.1 poskyryje aprašytais etapais.

Pirmuoju etapu, kai armatūros strypo paviršius buvo lygus be rumbelių, sąveika buvo absoliučiai standi, o skyrėsi gaubiančio betono sluoksnio storis $1\varnothing$, $2\varnothing$, $3\varnothing$ (2.16 pav.). Analizė parodė, kad betono sluoksnio storis reikšmingai įtakoja sprendinį. Kai skaičiavimo metu užduotam kontakto tipui yra neleidžiamas joks praslydimas, pasisukimas ir paviršių atsiskyrimas tarp sąveikaujančių paviršių, armatūrą veikiančios jėgos sukeltos deformacijos pilnai perduodamos ją gaubiančiam betonui. 2.19 paveiksle pateiktas erdvinių modelių deformacijų vaizdas išilginės ašies kryptimi tiesinėje apkrovimo stadijoje iki pirmųjų plyšių susidarymo, esant skirtingiems gaubiančio betono sluoksnio storiams.

Esant ploniausiam gaubiančio betono sluoksnio storiui $1\varnothing$, deformacijos išilginės ašies kryptimi, praktiškai pasiskirsto tolygiai per visą tempiamo GB elemento skerspjūvio plotą, t. y. apie $3\varnothing$ atstumu nuo laisvojo armatūros galo. Kai

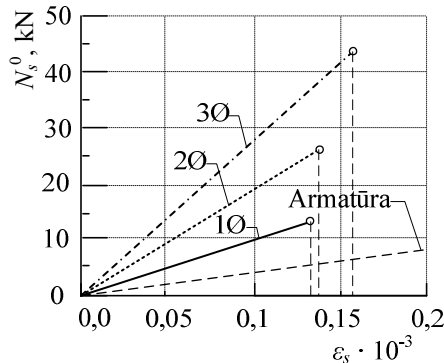
aplink armatūros strypą gaubiančio betono sluoksnis yra storesnis nei vienas armatūros diametras, matyti, kad didžiausia dalis tempiančios jėgos, pridėtos prie armatūros, tenka lokaliai betonui, esančiai arčiausiai armatūros strypo. Tai patvirtina faktą, kad storesnį betono sluoksnį aplink armatūrą turinčios konstrukcijos pradinėje irimo stadijoje dažniausiai ima irti ne iš išorės, o viduje, kai suardomas sukibimas tarp armatūros strypo ir betono.



2.19 pav. Deformacijų vaizdas išilginės ašies kryptimi [m], kai betono sluoksnio storis:
a) 1Ø; b) 2Ø; c) 3Ø

Fig. 2.19. Plot of deformations by longitudinal axis [m], when concrete cover thickness:
a) 1Ø; b) 2Ø; c) 3Ø

Užtikrinus idealų armatūros styro sukibimą su betonu, kas yra praktiškai neįmanoma, didėjant gaubiančiam betono sluoksnio storiui, mažėja galimas GB elemento ilgėjimas. Atidėjus skaitinio tyrimo rezultatus grafiškai (2.20 pav.), matyti, kad didėjant gaubiančio betono sluoksnio storiui, didėja bendrasis GB elemento standumas, todėl tas pats pailgėjimas pasiekiamas jau prie didesnės apkrovos. Matome, kad pridėta tempianti jėga kinta proporcingai armatūros styropą gaubiančio betono sluoksnio storiui.

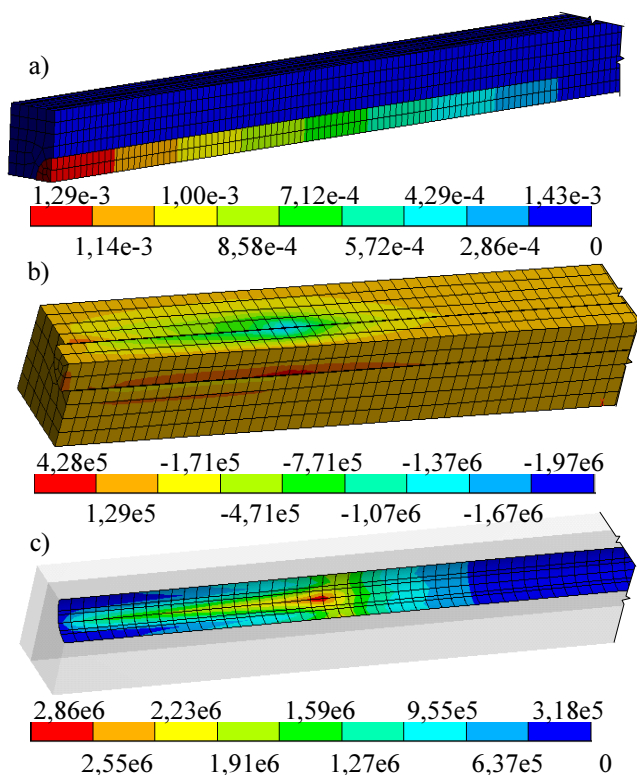


2.20 pav. Priklausomybė tarp armatūros ašinės jėgos ir armatūros santykinų deformacijų

Fig. 2.20. Relationship between reinforcement bar axial force and relative strains

Antrajame skaičiavimų etape nagrinėjamas toks pat GB elementas kaip pirmajame skaičiavimų etape, bet priimtas tiesinis Kulono trinties dėsnis tarp armatūros styro ir jį gaubiančio betono (2.21 pav.), įvedant trinties koeficientą μ , kuris lygus 0,5, 1,0 ir 2,0. 2.21a paveiksle pateiktas išilginių linijinių deformacijų pasiskirstymas paskutinėje skaičiavimų stadijoje, kai $\mu = 0,5$ rodo, kad nuo pridėtos jėgos prie armatūros styro laisvojo galo deformuojasi ir ilgėja tik pats styropas, o betonui veikianti jėga jau nebeperduodama. Todėl galime spręsti, kad tam tikroje skaičiavimų iteracijoje buvo viršyti sukibimo tangentiniai įtempiai ir armatūros styropas ėmė slysti betono atžvilgiu. Tangentinių įtempių pasiskirstymas simetrijos plokštumoje xOy , kai $\mu = 2,0$, yra pateiktas 2.21b paveiksle.

Šiuo atveju armatūrą veikianti jėga betonui perduodama tik per trintį. Priklausomybė tarp tangentinių įtempių sankibos zonoje ir santykinio armatūros pailgėjimo, esant skirtingiems trinties koeficientams 0,5, 1,0 ir 2,0, pateikta 2.22 paveiksle.

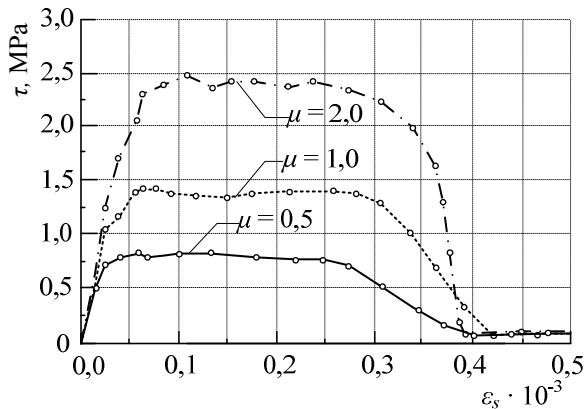


2.21 pav. Skaičiuojamasis modelis įvertinantis trinties įtaką: a) išilginių linijinių deformacijų pasiskirstymas [m] ($\mu = 0,5$); b) tangentinių įtempių pasiskirstymas simetrijos plokštumoje xOy ($\mu = 2,0$); c) trinties įtempių pasiskirstymas armatūros strypo su betonu sankibos zonoje ($\mu = 2,0$)

Fig. 2.21. Calculation model evaluating influence of friction: a) distribution of longitudinal linear deformations [m] ($\mu = 0,5$); b) distribution of shear stresses on the plane of the symmetry xOy ($\mu = 2,0$); c) distribution of frictional stresses in the bonding zone of reinforcing bar and concrete ($\mu = 2,0$)

Įtempių koncentracija tam tikru laiko momentu susidaro lokaliaje armatūros su betonu sankibos zonoje. Šios zonos padėtis priklauso nuo jėgos veikimo greičio, dydžio, gaubiančio betono sluoksnio storio ir užduoto Kulono trinties koeficiento reikšmės. 2.22 paveiksle matyti, kad esant skirtingiems trinties koeficientams, kai μ lygus 0,5, 1,0 ir 2,0, tangentinių įtempių zonoje priklausomybė nuo santykinio armatūros pailgėjimo yra skirtinga. Didėjant sukibimo įtempiams, didėja GB elemento pleišėjimo tikimybė per visą jo skerspjūvio plotą. Tai reiškia, kad užtikrinus kuo geresnį sukibimą, mažėja tikimybė praslysti armatūros

strypai betono atžvilgiu ir padidėja GB elemento laikomoji galia. Iš 2.21c paveiksle pateikto trinties įtempių paveikslo armatūros strypo ir betono sankibos zonoje, kai $\mu = 2,0$, matoma ta pati tendencija, kai įtempių koncentracija tam tikru laiko momentu susidaro lokaliaje armatūros ir betono sankibos zonoje, o zonos padėtis kinta nuo tų pačių, prieš tai minėtų, pagrindinių rodiklių.



2.22 pav. Trinties koeficientų tyrimas: priklausomybė tarp tangentinių įtempių τ ir santykinų deformacijų sankibos zonoje

Fig. 2.22. Analysis of friction coefficients: relationship between shear stresses τ and relative strains in the bonding zone

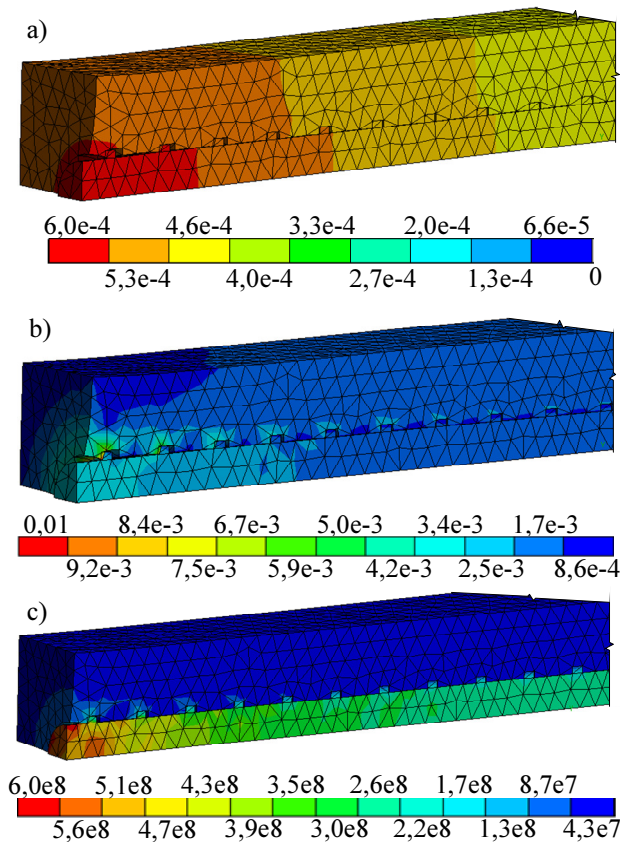
Praslydimo zona, esant skirtingiems trinties koeficientams $\mu = 0,5, 1,0, 2,0$, yra neryški, todėl, kad šiame uždavinyje sukibimą lemiantis veiksnys yra trintis, o kiti faktoriai tokie kaip armatūros strypo paviršiaus rumbeliai, betono skaldymas ir trupinimas ir t. t., yra nenagrinėjami dėl BEM ribotų galimybių.

Didesnis trinties koeficientas suteikia GB elementui didesnę standumą. Ta pati tendencija atsispindi ir autoriaus pasiūlytoje analizinėje skaičiavimo metodikoje, kad didinant armatūros sukibimo su betonu standumą, didėja bendrasis GB elemento standumas, o plyšių formavimosi stadijos koncentruojasi siauresnėje kreivės zonoje.

Sekančiame tyrimų etape, įvedus ant armatūros strypo paviršiaus supaprastintos formos rumbelius (2.17 pav.) bei priėmus absoliučiai standžios sąveikos tarp armatūros strypo ir betono prielaidą, atlikta analizė parodė tas pačias deformavimosi tendencijas kaip modelių su lygiu armatūros strypo paviršiumi. Tačiau, esant rumbuotai armatūrai ir atsižvelgiant į trintį, buvo pastebėtos kelios svarbios savybės (2.23 pav.).

Kaip matyti iš išilginių deformacijų pasiskirstymo (2.23a pav.), didesnės reikšmės yra armatūroje, o betonas deformuojasi tiek, kiek armatūra sugeba perduoti betonui apkrovos tiek trinties, tiek rumbelių pagalba. Iš pateiktų ekvivalen-

tinių tampių deformacijų ir ekvivalentinių įtempių pasiskirstymo matome, kad didžiausi įtempiai ir didžiausios deformacijos yra tame GB elemento gale, kuriame jėga pridėta prie armatūros.



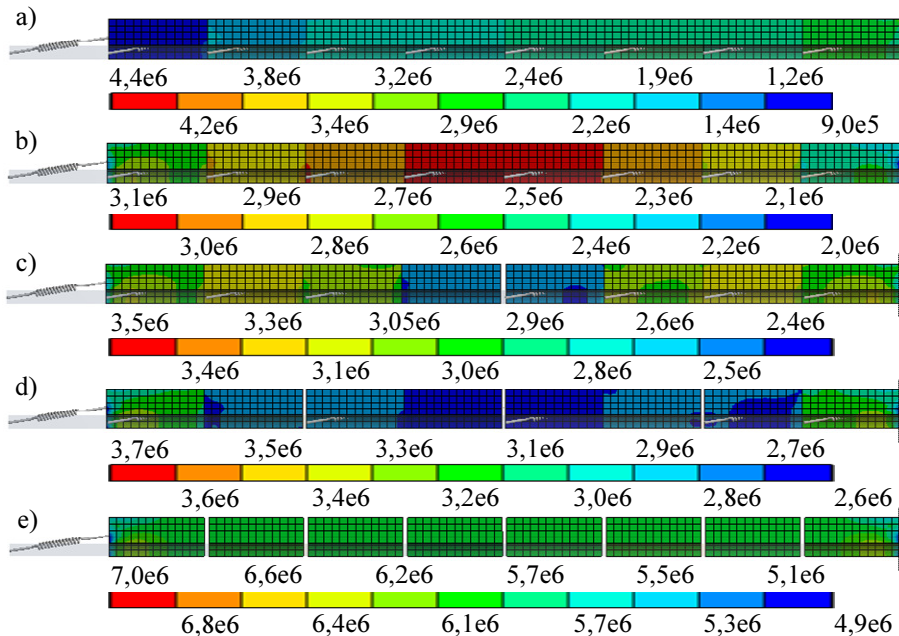
2.23 pav. Modelio su rumbuotu armatūros strypu rezultatų pasiskirstymas, atsižvelgiant į trintį $\mu = 2,0$ ir rumbelių įtaką: a) išilginių deformacijų pasiskirstymas [m]; b) ekvivalentinių tampių deformacijų pasiskirstymas; c) ekvivalentinių įtempių pasiskirstymas

Fig. 2.23. Results distribution in the model with ribbed reinforcement bar considering the friction $\mu = 2,0$ and influence of the ribs: a) distribution of longitudinal deformations [m]; b) distribution of the equivalent elastic strains; c) distribution of the equivalent stresses

Taigi, mikroplyšiai ties armatūros rumbeliais pradės formotis būtent šioje GB elemento zonoje, o besisumuojantys tangentiniai įtempiai, visame armatūros ir betono sukibimo paviršiuje visu armatūros ilgiu, duos didžiausią šlyties jėgą

GB elemento centre, dėl kurios betonas (2.23b pav.) ims irti ne armatūros ir betono sukibimo zonoje, o statmename veikiančiai jėgai pjūvyje.

Paskutiniame modeliavimo BE etape, atsižvelgiant į 2.1.2 poskyryje aprašytą teorinį pleišėjimo modelį, kai sąveiką tarp lygaus be rumbelių armatūros strypo ir gaubiančio betono aprašyta spyruokliniais ryšiais, o betonas suskaidytas į atskirus ruožus (2.19 pav.), atlikta skaitinė analizė parodė tam tikrus deformavimosi dėsningumus (2.24 pav.).



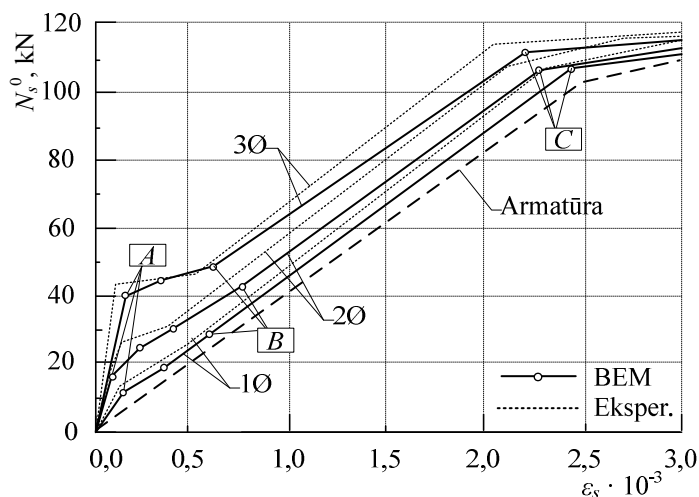
2.24 pav. Spyruoklinio baigtinių elementų modelio normalinių įtempių pasiskirstymas [Pa]: a) nesupleišėjęs gelžbetoninis elementas; b) 1 plyšys ties gelžbetoninio elemento viduriu; c) 3 plyšiai; d) 7 plyšiai; e) 15 plyšių

Fig. 2.24. Distribution of the normal stresses [Pa] of the finite element spring model: a) non-cracked reinforced concrete member; b) 1 crack in the middle of the reinforced concrete member; c) 3 cracks; d) 7 cracks; e) 15 cracks

Iš normalinių įtempių pasiskirstymo (2.24a pav.) matyti, kad didžiausia įtempių koncentracija per visą GB elemento skerspjūvio aukštį susidaro ties įtvirtinimu (dešinysis GB elemento galas). Tai reiškia, kad plyšys per visą GB elemento skerspjūvio plotą atsiranda būtent čia. Dirbtinai sudarius šioje vietoje plyšį, tęsiami skaičiavimai, kai GB elementas deformuojamas su vienu plyšiu. Atsižvelgiant į tempiamojo betono stiprį, atitinkamai modeliuojami kiti plyšiai ir tempiamo GB elemento skaičiavimai tęsiami toliau (2.24 pav.). Šiuo iteraciniu

būdu atliktų skaičiavimų rezultatai pateikti grafiškai priklausomybe tarp ašinės jėgos ir santykinų deformacijų bei palyginti su Elfgren and Noghabai (2001) eksperimentinių tyrimų rezultatais 2.25 paveiksle.

Iš 2.25 paveiksle pateiktos priklausomybės, galime išskirti tris pagrindines GB elemento elgsenos ir deformavimosi sritis: nuo 0 iki A – nesupleišėjusio GB elemento, nuo A iki B – GB elemento pleišėjimo ir irimo ir nuo B iki C – sustandėjimo. Svarbiausioji sritis yra tarp A ir B kreivių taškų, kadangi ten vyksta visi su betonu irimu susiję procesai. Gautos skaičiavimais kreivės yra gana artimos eksperimentinių tyrimų kreivėms ir gana gerai atspindi visą tempiamo GB elemento elgsenos procesą.



2.25 pav. Spyruoklinio baigtinių elementų modelio skaitiniai tyrimai ir jų palyginimas su eksperimentiniais rezultatais: priklausomybė tarp ašinės jėgos ir santykinų deformacijų

Fig. 2.25. Numerical studies of the finite element spring model and comparison with experimental results: relationship between axial force and relative strains

2.22 paveiksle pateiktame grafike modeliavimo rezultatai nevisai atitinka fizinių eksperimentinių tyrimų rezultatus, kadangi šiuose skaitiniuose BE tyrimuose įvertinami ne visi, o tik pasirinkti (užsiduoti) efektai, įtakojojantys armatūros strypo sukibimo su betonu elgseną. Tačiau, atlikta šių rodiklių analizė leidžia atsižvelgti į pavienius efektus ir padaryti tam tikras išvadas.

2.3. Antrojo skyriaus išvados

Šiame skyriuje buvo atlikta tampriai deformuojamo tempiamojo GB elemento analizė, autoriaus pasiūlytas analizinis skaičiavimo modelis, paremtas sudėtinių strypų teorija. Išnagrinėtos pasiūlyto modelio galimybės. Priėmus, kad betonas ir armatūra yra vienalytės ir tamprios, atliktas tempiamo GB elemento skaitinė BEM analizė. Analiziniu ir skaitiniu būdais gauti skaičiavimo rezultatai buvo lyginami su eksperimentinių tyrimų rezultatais. Apibendrinant gautus rezultatus, darome tokias išvadas:

1. Atlikta tempiamo GB elemento analizė parodė, kad tiesinė sukibimo įtempių nuo praslydimo priklausomybė, gauta minimizuojant didžiausią santykinį skirtumą tarp siūlomo modelio rezultatų ir literatūroje pateiktų eksperimentinių tyrimų rezultatų, galima taikyti tempiamo pleišėjančio GB elemento mechaniniam būviui analizuoti. Vis dėl to, pagal pasiūlytą analizinę skaičiavimo metodiką, plyšių skaičius yra per didelis, lyginant su EN 1992-1-1, todėl, gautas plyšių skaičius, naudojant minimizavimo būdu apskaičiuotą sukibimo standumo reikšmę tam tikrame GB elemento pailgėjimo intervale, negali būti laikomas realiu ir turi būti traktuojamas kaip fiktyvus.
2. Siūlomos metodikos tikslumas priklauso nuo sukibimo įtempių ir praslydimo priklausomybės kylančios dalies aproksimacijos būdo. Nuo priimto santykinai mažo praslydimo intervalo dirbtinai padidėja sukibimo standumas, todėl būtina turi būti įvertinamas sukibimo standumo padidinimo (sumažinimo) koeficientas, priklausantis nuo armatūros strypą gaubiančio betono sluoksnio storio.
3. Didėjant sukibimo standumui ar jo praslydimo moduliui, didėja tempiančios jėgos nuo armatūros strypo santykinų deformacijų kreivių posvyrio kampas, t. y. didinant sukibimo standumą, tempiančios jėgos nuo armatūros strypo santykinų deformacijų kreivės tampa statesnės.
4. Palyginus analizinių skaičiavimų rezultatus su Elfgrén and Noghabai (2001) eksperimentinių tyrimų rezultatais, galime teigti, kad pasiūlytas analizinis modelis nėra visiškai tikslus dėl priimtų uždavinių supaprastinančių teorinių prielaidų, tačiau tokio tikslumo pakanka, kad būtų gautas visas tempiamo GB elemento elgsenos procesas. Todėl pasiūlytas modelis palengvina tempiamo GB elemento pailgėjimo ir pleišėjimo skaičiavimą.
5. Atlikus pirmojo priartėjimo skaitinius BEM tyrimus, kai lygaus armatūros strypo sąveika su betonu absoliučiai standi, tai bendrą GB elemento elgseną reikšmingai veikia armatūros strypą gaubiančio betono sluoksnio storis. Todėl, daugiau kaip $1\varnothing$ storio armatūrą gaubiančio betono

sluoksni turinčios konstrukcijos pirminėje irimo stadijoje ima irti ne iš išorės, o viduje, kai suardomas sukibimas tarp armatūros strypo ir betono.

6. Modeliuojant armatūros strypo paviršių su nesudėtingos formos rumbeliais bei atsižvelgiant skaičiavimais į trintį, iš gautų deformacijų ir įtempių vaizdų matyti, kad mikroplyšiai ties armatūros rumbeliais pirmiausia susiformuotų jėga apkrautame GB elemento gale, o GB elemento vidurinės srities besisumuojantys tangentiniai įtempiai iššauktų didžiausią šlyties jėgą, dėl kurios plyšiai susiformuotų per visą elemento skerspjūvį.
7. Paskutiniame BEM modeliavimo etape atliktas skaitinių rezultatų palyginimas su Elfgren and Noghabai (2001) eksperimentinių tyrimų rezultatais parodė, kad skaitiškai gautos priklausomybės tarp ašinės jėgos ir santykinų deformacijų nevysiškai atitinka fizinių eksperimentinių tyrimų rezultatus, todėl, kad skaitiniuose BE tyrimuose įvertinami ne visi, o tik tie efektai, kuriuos leidžia įvertinti šis metodas. Gautas pilnas tempiamo GB elemento elgsenos procesas patvirtina analizinio modelio tinkamumą.

Dalelių sąveikos modelio taikymas armatūros strypo sankibai su betonu modeliuoti

Pagal tyrimų pobūdį ir lygį išskiriami trys pagrindiniai nevienalytės betono struktūros analizės lygmenys: mikro-, mezo- ir makrolygmuo. Tempiamo GB elemento tyrimai makrolygmeniu yra atlikta 2-ame skyriuje. Akivaizdu, kad betono savybės priklauso nuo užpildo (skaldos, žvyro, smėlio ar kt.) savybių bei užpildo grūdelių jungiančios matricos savybių bei šių komponentų tarpusavio sąveikos.

Skaitiškai modeliuoti realias medžiagas, kurios sudarytos iš dalelių yra neįmanoma dėl dalelių netolygios paviršiaus formos, kadangi netolygios paviršiaus formos dalelių sąveikai aprašyti dar nėra sukurti metodai. Todėl, atliekant skaitinio modeliavimo tyrimus, medžiagų dalelės dažniausiai aprašomos sferomis, trijų dimensijų aplinkoje arba diskais, dviejų dimensijų aplinkoje.

Šiame skyriuje aprašyta nauja ir originali normalinės sąveikos, tarp dviejų užpildo grūdelių ir juos rišančios matricos, įvertinimo metodika, skirta platesniam tamprumo modulių santykiui tarp dalelių ir jas jungiančios matricos spektrui. Taip pat aprašytas Potyondy, Cundall (2004) normalinės sąveikos modelis ir pasiūlytas šio modelio patobulinimas, pritaikant jį betono modeliavimui. Taip pat svarbu paminėti, kad sukurta individuali DEM programa skirta plokščio ir

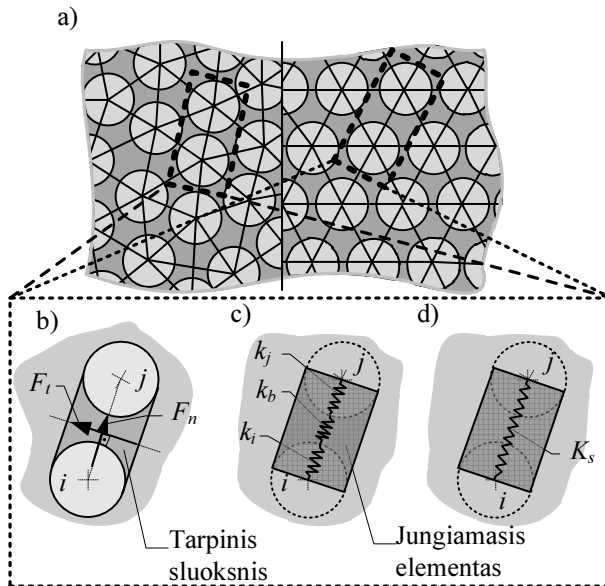
ašiai simetrinio nevienalytės struktūros sankibos su armatūra deformavimosi ir pleišėjimo analizei tempiant. Šio skyriaus medžiaga autoriaus paskelbta kartu su bendraautoriais trijose publikacijoje (Pilkavičius *et al.* (2012); Kačianauskas *et al.* (2013); Lukoševičienė *et al.* (2014)).

3.1. Per tarpinį sluoksnį sujungtų sferinių dalelių modelio sudarymas

Priimkime prielaidą, kad nevienalytė betono struktūra yra sudaryta iš vienodo dydžio ir formos baigtinio skaičiaus n sferinių dalelių, kurios tarpusavyje sujungtos per tarpinį sluoksnį (3.1a pav.). Tokio kontinuumo, kuris sudarytas kaip struktūrinis tinklas, elgsenai aprašyti yra siūloma dvipakopė modeliavimo koncepcija. Kiekvienai sistemos dalelei ir jungiamajam tarp sluoksniui yra priskiriamos tam tikros mechaninės savybės bei tarpusavio sąveikos dėsniai, kurių visuma ir aprašo betono, kaip kompozitinės medžiagos, savybes. Tokiu atveju modelis gali būti laikomas hibridinės prigimties, kadangi apima tiek diskrečias daleles, kurios aprašo kietą kūną makrolygyje, tiek daleles jungiančią matricą, kuri apima nevienalytės medžiagos įtempių deformacijų būvį mezolygyje dalelėms judant.

Taigi, nevienalytis kūnas gali būti aproksimuojamas strypine plokščio arba erdvinio tinklo struktūra, kur strypų susikirtimo mazguose yra dalelės (3.1a pav.). Tokių ryšinių sistemų idėjos taikymas nevienalytei struktūrai nėra naujas. Tačiau vienmačio SE kūrimas, perduodančio dalelių sąveiką per tarpinį jungiamąjį sluoksnį kartu perduodamas mezolygyje esančias nevienalytiškumo savybes makromodeliui, gali būti laikomas originalia idėja. Šis sąveikos modelis skiriasi nuo tradicinio tiesioginio DEM kontakto modelio tarp dviejų sferinių dalelių, skirto birioms medžiagoms modeliuoti.

Taigi, dvi sferinės dalelės tarpusavyje sąveikauja per tarpinį jungiamąjį sluoksnį (3.1b pav.), kurį sudaro visos sistemos tam tikra tūrio dalis. SE, kuris jungia dalelių geometrinius centrus ir perima tik ašinę normalinės sąveikos jėgą F_n , yra ne kas kita, kaip vienmatė spyruoklė (3.1d pav.). SE yra aprašomi jų ilgiu ir ašiniu standžiu, atsižvelgiant į sistemos atskirų dalių geometriją ir skerspjūvio plotus. Visi su dalelėmis susiję kintamieji žymimi indeksais i, j arba $p \in \{i, j\}$, o su tarpiniu jungiamuoju sluoksniu – su indeksu b . Tuomet, 3.1c paveiksle, trijų nuosekliai sujungtų spyruoklių analogija, kurių standžiai k_i , k_j ir k_b , atitinka po puse sferos ir jungiamojo sluoksnio standžius. Patogumo dėlei, trijų spyruoklių kombinacija keičiama viena spyruokle, kuri žymima K_s (3.1d pav.). Taigi, nevienalytė struktūra yra aprašoma sferinėmis dalelėmis sujungtomis nereguliariai arba reguliariai centruose per tarpinį jungiamąjį sluoksnį, o ją sudarantys SE turi galimybę deformuotis.



3.1 pav. Diskretinio modelio sudarymo idėja: a) 2D kontinuumo, sudaryto iš dalelių ir jas jungiančios matricos, diskretaus modelio bendras vaizdas – nereguliari ir reguliari gardelinė struktūra, b) bendras dviejų dalelių, sujungtų tarpiniu jungiamuoju sluoksniu, sąveikos modelis; c) ir d) spyruoklės, kurios atitinka daleles, tarpinį jungiamąjį sluoksnį ir bendrąjį spyruoklinį elementą.

Fig. 3.1. Idea of discrete model creation: a) 2D general view of discrete model of particulate solid – irregular and regular lattice; b) binary interaction model of two bonded spherical particles; c) and d) the springs that correspond to the spheres, interface member and the general spring element

Siūloma metodika ir analizė buvo atlikta remiantis sekančiomis prielaidomis:

- dalelių forma yra sfera;
- dalelės yra vienodos, t. y. vienodų matmenų ir savybių;
- jungiamojo sluoksnio skerspjūvio spindulys yra toks pats kaip dalelių;
- sukibimas tarp sferinių dalelių paviršių ir jas jungiančio tarpinio sluoksnio paviršių yra absoliučiai idealus;
- daleles bei tarpinį jungiamąjį sluoksnį aprašančioms spyruoklėms galioja Huko dėsnis;
- SE perima tik ašines jėgas, tai reiškia, kad šlyties jėgos ir lenkimo bei sukimo momentai yra nevertinami.

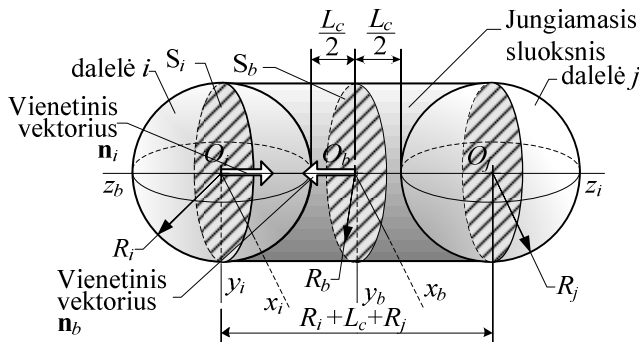
Nevienalytės struktūros dinaminis deformavimasis dėl dalelių judėjimo aprašoma standartiškai, taikant antrąjį Niutono dėsnį (1.2.2 poskyris). Tačiau, dale-

lių sąveika per tarpinį jungiamąjį sluoksnį aprašoma taikant visiškai naują koncepciją apimančią SE kaip nevienalyčio cilindro sudaryto iš vienalyčių atskirų tūrių analizę.

3.1.1. Dalelių sąveikos aprašymas

Bendruoju atveju nagrinėjamas kontinuumas yra aprašomas globalioje Dekarto koordinatų sistemoje $Oxyz$, kuriame atskiros dalelės i ($i = 1, 2, \dots, n$) padėtis yra nusakoma jos svorio centro padėtimi ir aprašoma koordinatų vektoriumi $\mathbf{X}_i \equiv \{X_i; Y_i; Z_i\}^T$ (1.2.2 poskyris).

Žinant, kad tiesioginė normalinės sąveikos jėga tarp dalelių i ir j yra ne kas kita, kaip dalelių atstojamojo standumo ir tarpdalelinio poslinkio sandauga, modeliuojant tarpdalelinę sąveiką per tarpinį jungiamąjį sluoksnį, taip pat turi būti įvertinamas ir jungiamojo sluoksnio standumas. Dviejų, per tarpinį sluoksnį sujungtų sferinių dalelių, kurių spinduliai yra R_i ir R_j , geometrija pavaizduota 3.2 paveiksle. Patogumo dėlei, lokali Dekarto koordinatų sistema $Ox_i y_i z_i$ sutapatinta su dalelės i svorio centru ir su dalelių centrų O_i ir O_j jungiančia linija ij . Koordinatų sistema $Ox_b y_b z_b$ sutapatinta su jungiamojo sluoksnio centru ir taip pat su dalelių centrų O_i ir O_j jungiančia linija ij . Ašis Oz_i žymi normalinę kryptį, o ašys Ox_i ir Oy_i išdėstytos plokštumoje, statmenoje normalės ašiai Oz_i . Vienetiniai vektoriai \mathbf{n}_i ir \mathbf{n}_b yra statmeni plokštumoms $Ox_i y_i$ ir $Ox_b y_b$ ir lygiagretūs linijai $O_i O_j$. Trumpiausias atstumas tarp dalelių paviršių žymimas L_c , tuomet atstumas tarp sferinių dalelių centrų yra lygus $R_i + L_c + R_j$, o dalelių centrų koordinatės atitinkamai lygios $z_i = 0$ ir $z_j = R_i + L_c + R_j$ (3.2 pav.).



3.2 pav. Sferinių dalelių normalinės sąveikos per tarpinį jungiamąjį sluoksnį schema

Fig. 3.2. A scheme of interacting particles through the interface layer

Laikoma, kad sąveika normalinės ašies kryptimi tarp dalelių centrų aprašoma įvertinant jungiamojo sluoksnio deformacijas. Teigiame, kad jungiamasis

tūris yra cilindro formos, kurio skerspjūvis yra skritulys, o sąlyčio paviršiai su sferomis yra įgaubti pagal sferų paviršius. Tarpinio jungiamojo sluoksnio spindulys yra R_b . Vienodo spindulio dalelėms ir tarpiniam jungiamajam sluoksniui gauname, kad $R_b = R_i = R_j$. Esant nevienodo spindulio dalelėms $R_i \neq R_j$, jungiamojo cilindro spindulys apribojamas iki mažiausiojo sąveikaujančių dalelių spindulio, tada $R_b = \min(R_i, R_j)$. Taip pat galima taikyti vidurkinimo koncepciją $R_b = (R_i + R_j)/2$.

Jeigu priimtume, kad pusė dalelės i ir pusė dalelės j (3.1c pav. ir 3.2 pav.), sąveikaujančios per tarpinį jungiamąjį sluoksnį, modeliuojamos SE, kurių standumai atitinkamai yra k_i ir k_j , o nuoseklaus jungiamojo tarpinio sluoksnio standumas yra k_b , tai bendrasis ekvivalentinis spyruoklės standumas K_s (3.1d pav.) nustatomas taip:

$$K_s = \frac{k_i k_j k_b}{k_i k_b + k_i k_j + k_j k_b}. \quad (3.1)$$

Atskirų dalelių ir tarpinio jungiamojo sluoksnio standumų k_i , k_j ir k_b pagrindinės priklausomybės aptariamos 3.1.2 ir 3.1.3 poskyriuose.

Kiekvienos sferinės dalelės ir tarpinio jungiamojo sluoksnio medžiagos priimamos kaip tiesiškai tamprios ir izotropinės, apibrėžiamos tamprumo moduliais E_i , E_j ir E_b bei Puasono koeficientais ν_i , ν_j ir ν_b . Atvejais, kai tarpinis jungiamasis sluoksnis yra gerokai silpnesnis nei sąveikaujančios dalelės $E_b < E_i$ ir $E_b < E_j$, praktiniu požiūriu yra daug aktualesnis.

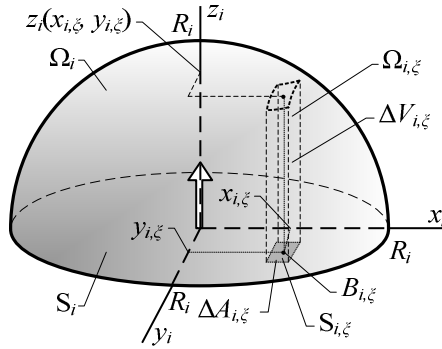
3.1.2. Dalelių standumo pagrindinės priklausomybės

Siekiant aprašyti standumą k_i , panagrinėkime pusę sferinės dalelės i (3.3 pav.). Koordinačių sistema ta pati kaip 3.2 paveiksle. Pusė sferos yra žymima Ω_i , o jos pagrindo paviršius S_i . Padalinkime sferos i pagrindą S_i (3.3 pav.) į n mažų dalių $S_{i,\xi}$, tada $S_i = \bigcup_{\xi=1}^n S_{i,\xi}$. Taigi, dalių $S_{i,\xi}$ plotai $\Delta A_{i,\xi}$ yra lygūs plotų sumai $A_i = \sum_{\xi=1}^n \Delta A_{i,\xi}$, kur A_i yra viso pagrindo skritulio S_i plotas. Lygiai taip pat padalinkime pusę sferos Ω_i (3.3 pav.) į mažąsias prizmes $\Omega_{i,\xi}$. Tada $\Omega_i = \bigcup_{\xi=1}^n \Omega_{i,\xi}$. Mažųjų prizmių $\Omega_{i,\xi}$ pagrindai yra $S_{i,\xi}$ figūros. Tuomet pusės sferos Ω_i bendrasis tūris V_i yra tūrių $\Delta V_{i,\xi}$ suma $V_i = \sum_{\xi=1}^n \Delta V_{i,\xi}$.

Taigi, prizmės $\Omega_{i,\xi}$ standumas išreiškiamas taip:

$$\Delta k_{i,\xi} = \frac{E_i(x_{i,\xi}, y_{i,\xi})}{(1 - v_i^2(x_{i,\xi}, y_{i,\xi}))} \cdot \frac{\Delta A_{i,\xi}}{z_i(x_{i,\xi}, y_{i,\xi})}, \quad (3.2)$$

čia $E_i(x_{i,\xi}, y_{i,\xi})$, $v_i(x_{i,\xi}, y_{i,\xi})$ ir $z_i(x_{i,\xi}, y_{i,\xi})$ atitinkamai yra sferinės dalelės medžiagos tamprumo modulis, Puasono koeficientas ir mažosios prizmės $\Omega_{i,\xi}$ sąlyginis ilgis taške $B_{i,\xi}$, priklausantis figūrai $S_{i,\xi}$. Priimama, kad dalelės i ir j yra nesuspaudžiamos, todėl išraiškoje (3.2) yra įvertinamas narys $(1 - v^2)$. Bendras visų mažųjų prizmių $\Omega_{i,\xi}$, $\xi \in \{1, \dots, n\}$ standumas arba pusės sferos i standumas yra lygus $k_i = \sum_{\xi=1}^n \Delta k_{i,\xi}$.



3.3 pav. Pusė sferinės dalelės i
Fig. 3.3. A half of the spherical particle i

Priėmus, kad $\Delta A_{i,\xi} \rightarrow 0$ gauname ribą:

$$k_i = \lim_{\Delta A_{i,\xi} \rightarrow 0} \sum_{\xi} \left(\frac{E_i(x_{i,\xi}, y_{i,\xi})}{(1 - v_i^2(x_{i,\xi}, y_{i,\xi}))} \cdot \frac{\Delta A_{i,\xi}}{z_i(x_{i,\xi}, y_{i,\xi})} \right). \quad (3.3)$$

Pastarosios išraiškos dvilypis integralas S_i atžvilgiu atrodo taip:

$$k_i = \iint_{S_i} \frac{E_i(x_{i,\xi}, y_{i,\xi})}{1 - v_i^2(x_{i,\xi}, y_{i,\xi})} \cdot \frac{1}{z_i(x_{i,\xi}, y_{i,\xi})} dA. \quad (3.4)$$

Kai $E_i = \text{const}$ ir $v_i = \text{const}$ visoje pusės sferos Ω_i , koordinatė $z_i(x_i, y_i)$ gali būti išreikšta kaip $z_i(x_i, y_i) = \sqrt{R_i^2 - (x_i^2 + y_i^2)}$.

Tai (3.4) išraiška išreiškiama taip:

$$k_i = 2 \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} \int_{-R_i}^{R_i} \int_0^{\sqrt{R_i^2 - x_i^2}} \frac{1}{\sqrt{R_i^2 - (x_i^2 + y_i^2)}} dx dy. \quad (3.5)$$

Nagrinėjant sferą, parankiau integruoti polinėje koordinačių sistemoje, todėl (3.5) išraiškos integralas perrašomas sekančiai:

$$k_i = \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_i} \frac{r dr d\theta}{\sqrt{R_i^2 - r^2}}, \quad (3.6)$$

čia $r = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$. Suintegravus, gauname bendrąją pusės sferinės dalelės standumą, kuris yra lygus:

$$k_i = 2\pi \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} R_i. \quad (3.7)$$

Akivaizdu, kad dalelės j standumas galiojant anksčiau aptartoms prielaidoms yra lygus $k_j = 2\pi E_j R_j / (1 - \nu_j^2)$.

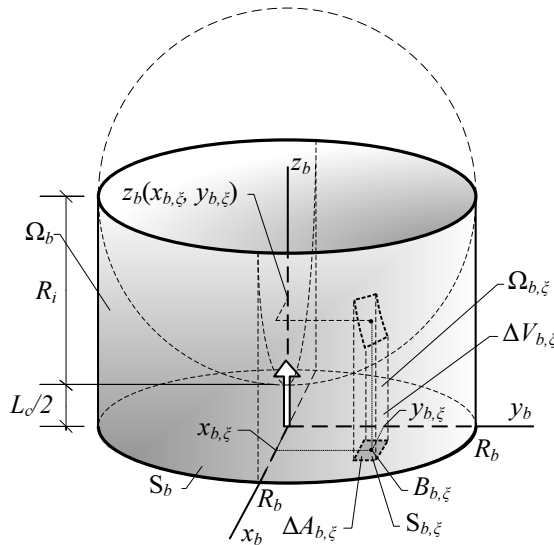
3.1.3. Tarpinio jungiamojo sluoksnio standumo pagrindinės priklausomybės

Tarpinio jungiamojo sluoksnio standumo nustatymas panašus į dalelių standumų nustatymą (3.4 pav.). Padalinkime tarpinio jungiamojo sluoksnio centrinio skerspjuvio skritulį S_b (3.4 pav.) į n mažų dalių $S_{b,\xi}$, tuomet $S_b = \bigcup_{\xi=1}^n S_{b,\xi}$. Dalių $S_{b,\xi}$ plotai $\Delta A_{b,\xi}$ yra lygūs plotų sumai $A_b = \sum_{\xi=1}^n \Delta A_{b,\xi}$, kur A_b yra bendrasis skerspjuvio skritulio S_b plotas. Padalinkime pusę tarpinio jungiamojo sluoksnio Ω_b (3.4 pav.) į mažesnes prizmes $\Omega_{b,\xi}$, tada $\Omega_b = \bigcup_{\xi=1}^n \Omega_{b,\xi}$, o prizmių $\Omega_{b,\xi}$ pagrindai yra $S_{b,\xi}$ figūros (3.4 pav.). Pusės tarpinio jungiamojo sluoksnio Ω_b bendrasis tūris V_b yra tūrių $\Delta V_{b,\xi}$ suma $V_b = \sum_{\xi=1}^n \Delta V_{b,\xi}$.

Taigi, tarpinio jungiamojo sluoksnio prizmės $\Omega_{b,\xi}$ standumas (3.4 pav. pa-vaizduota pusė prizmės) išreiškiamas sekančiai:

$$\Delta k_{b,\xi} = \frac{E_b(x_{b,\xi}, y_{b,\xi})}{(1 - \nu_b^2(x_{b,\xi}, y_{b,\xi}))} \cdot \frac{\Delta A_{b,\xi}}{2z_b(x_{b,\xi}, y_{b,\xi})}, \quad (3.8)$$

čia $E_b(x_{b,\xi}, y_{b,\xi})$, $\nu_b(x_{b,\xi}, y_{b,\xi})$ ir $z_b(x_{b,\xi}, y_{b,\xi})$ atitinkamai yra tarpinio jungiamojo sluoksnio medžiagos tamprumo modulis, Puasono koeficientas ir prizmės $\Omega_{b,\xi}$ sąlyginis ilgis priklauso figūrai $S_{b,\xi}$. Bendrasis visų prizmių $\Omega_{b,\xi}$ kai $\xi \in \{1, \dots, n\}$ standumas yra lygus $k_b = \sum_{\xi=1}^n \Delta k_{b,\xi}$. Priėmus, kad $\Delta A_{b,\xi} \rightarrow 0$ gauname ribą ir integralą panašų į (3.3) ir (3.4) išraiškas.



3.4 pav. Pusė tarpinio jungiamojo sluoksnio

Fig. 3.4. A half of the interface member

Kai visame tarpiniame jungiamajame sluoksnyje Ω_b , $E_b = const$ ir $\nu_b = const$, koordinatė $z_b(x_b, y_b)$ gali būti išreikšta kaip $z_b(x_b, y_b) = L_c / 2 + R_i - \sqrt{R_b^2 - x_b^2 - y_b^2}$. Tuomet integralinė išraiška stačiakampėje koordinatžių sistemoje atrodo taip:

$$k_b = \frac{E_b}{1 - \nu_b^2} \int_{-R_b}^{R_b} \int_0^{\sqrt{R_b^2 - x_b^2}} \frac{1}{\frac{L_c}{2} + R_i - \sqrt{R_b^2 - x_b^2 - y_b^2}} dx dy, \quad (3.9)$$

polinėje koordinatinių sistemoje:

$$k_b = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_b}{1 - \nu_b^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_b} \frac{1}{\frac{L_c}{2} + R_i - \sqrt{R_b^2 - x_b^2 - y_b^2}} r dr d\theta, \quad (3.10)$$

čia $r = \sqrt{x_b^2 + y_b^2}$. Išraiškų (3.9) ir (3.10) integralai yra sudėtingesni už (3.5) ir (3.6). Primate $R_i = R_b$, Tokiu atveju, suintegravus (3.10) išraišką, gauname bendrąjį jungiamojo tarpinio sluoksnio standumą:

$$k_b = \frac{E_b}{1 - \nu_b^2} \pi \left(\left(\frac{L_c}{4} + \frac{R_b}{2} \right) \cdot \ln \left(\frac{(L_c + 2R_b)^2}{L_c^2} \right) - R_b \right). \quad (3.11)$$

3.1.4. Gautų lygčių analizė

Panagrinėkime tarpinio jungiamojo sluoksnio standumo k_b ir bendrojo standumo K_s , du kraštinius atvejus, kai atstumas $L_c \rightarrow 0$ ir $L_c \rightarrow \infty$. Kai $L_c \rightarrow 0$, tai integralai gauti (3.9) ir (3.10) išraiškose diverguoja, t. y. $k_b \rightarrow \infty$. Todėl, atsižvelgiant į pastarąsias išraiškas yra neįmanoma apskaičiuoti tarpinio jungiamojo sluoksnio standumo k_b , kai dalėlės ima kontaktuoti (lietis) bent viename taške be jokio tarpelio L_c . Taigi, taikant (3.10) išraišką, tarp sąveikaujančių dalelių būtinai turi būti tarpelis ($L_c \neq 0$). Net jeigu $k_b \rightarrow \infty$, kai $L_c \rightarrow 0$, egzistuoja bendrojo standumo K_s riba (3.1). Tuomet, kai $L_c \rightarrow 0$:

$$K_{s,lim,0} = \lim_{L_c \rightarrow 0} K_s = \lim_{L_c \rightarrow 0} \left(\frac{k_i k_j k_b}{k_i k_b + k_i k_j + k_j k_b} \right), \quad (3.12)$$

tuomet

$$K_{s,lim,0} = \frac{k_i k_j}{k_i + k_j} = \frac{2\pi E_i R_i E_j R_j}{E_i R_i (1 - \nu_j^2) + E_j R_j (1 - \nu_i^2)}. \quad (3.13)$$

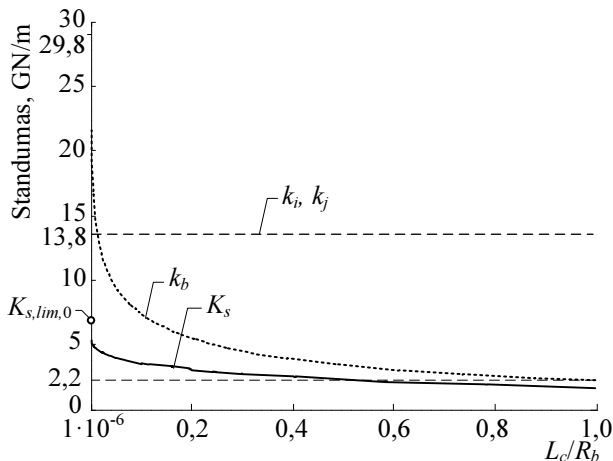
Kai sąveikaujančio sferinės dalelės sudarytos iš tos pačios medžiagos ($E = E_i = E_j$, $\nu = \nu_i = \nu_j$, ir $R = R_i = R_j$), turime:

$$K_{s,lim,0} = \frac{\pi R E}{(1 - \nu^2)}. \quad (3.14)$$

Kaip matyti iš (3.14), kai $L_c \rightarrow 0$, bendrasis standumas K_s priklauso tik nuo dviejų dalelių standumų, o nuo tarpinio jungiamojo sluoksnio nepriklauso.

Atsižvelgiant į (3.11) išraišką ir priėmus, kad $k_b \rightarrow 0$, kai $L_c \rightarrow \infty$, bendrasis standumas $K_s \rightarrow 0$. Taigi bendrasis standumas K_s įgyja reikšmes intervale nuo 0 iki $K_{s,lim,0}$.

Standumų k_b ir K_s priklausomybė nuo jungiamojo tarpinio sluoksnio L_c , kur standumai nustatyti iš (3.1) ir (3.11) išraiškų, o $K_{s,lim,0}$ apskaičiuotas pagal (3.13) išraišką, pavaizduoti 3.5 paveiksle. Šiam standumų palyginimui, sąveikaujančių dalelių ir tarpinio jungiamojo sluoksnio savybės priimamos sekančios: $E_i = E_j = 200$ GPa, $\nu_i = \nu_j = 0,30$, $R_i = R_j = R_b = 1,0 \cdot 10^{-2}$ m, $E_b = 100$ GPa, $\nu_b = 0,25$, o L_c kinta intervale $[1 \cdot 10^{-6}; R_b]$.



3.5 pav. Tarpinio jungiamojo sluoksnio standumo k_b ir bendrojo standumo K_s priklausomybė nuo santykio L_c / R_b

Fig. 3.5. The dependence of the stiffness of the interface member k_b and the total stiffness K_s on the ratio L_c / R_b

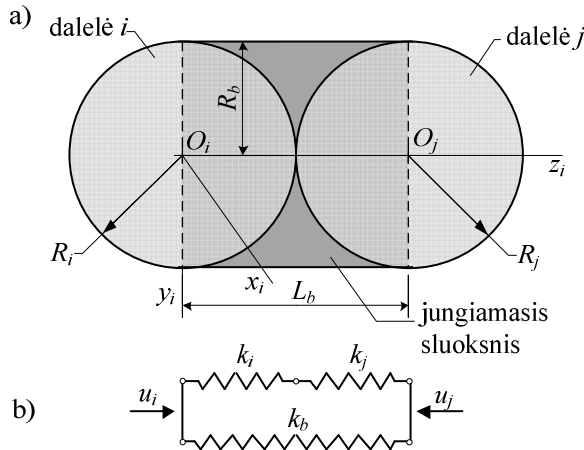
Kaip matyti iš 3.5 paveikslo, didėjant tarpinio jungiamojo sluoksnio standumui k_b , kai mažėja atstumas L_c , kreivė stipriai pakeičia savo formą prie mažų L_c reikšmių. Kai $L_c \in [1 \cdot 10^{-6}; R_b]$, k_b kinta intervale $k_b \in [2,2; 29,8]$ GN/m. Standumas K_s iš esmės priklauso nuo standumo $k_b \ll k_i$ ir $k_b \ll k_j$.

3.1.5. Kitos dažnai taikomos bendrojo standumo išraiškos

Autoriai Jiang *et al.* (2005), Rojek *et al.* (2012) ir kt., nagrinėjantys sferinių dalelių normalinį sąveiką per tarpinį jungiamąjį sluoksnį, pasiūlė modelį, kuriame tarpinio jungiamojo sluoksnio tarp sąveikaujančių sferinių dalelių įtaka galima

įvertinti papildomu lygiagrečiu SE (3.6 pav.). Tokį modelį, skirtą modeliuoti sukibusias sferines daleles, pirmieji pasiūlė Potyondy ir Cundall (2004). Šis modelis yra 3.1.2–3.1.3 poskyriuose aprašyto modelio atskiras atvejis.

Išsami modelio analizė rodo, kad pradinėje stadijoje tarp dviejų sferinių dalelių priimamas vieno taško kontaktas, o tarpinį jungiamąjį sluoksnį tarp sferinių dalelių imituoja cilindro formos tariamasis ryšys (3.6a pav.).



3.6 pav. Per tarpinį jungiamąjį sluoksnį sujungtų sferinių dalelių normalinio kontakto modelis su lygiagrečiu tarpsluoksniu: a) modelio geometrija;

b) spyruoklinių elementų sistema

Fig. 3.6. Normal contact model of bonded spherical particles with parallel bond:

a) geometry of the model; b) springs elements system

Šiame modelyje tarpinio jungiamojo sluoksnio ilgis žymimas L_b , o jo sąlyčio srytys su sąveikaujančiomis sferomis nėra įgaubtos pagal sferų paviršius, todėl skaičiavimuose yra nagrinėjamas viso cilindro standumas. Daugumos autorių darbuose taikomas kraštinis atvejis, kai tarpinio jungiamojo cilindro spindulys R_b priimamas lygus mažesnės iš sąveikaujančių dalelių spinduliui, o ilgis L_b – sąveikaujančių dalelių spindulių sumai $L_b = R_i + R_j$. Taigi, sąveikos modelis yra nagrinėjamas kaip tiesinis betrintis normalinis dviejų sferinių dalelių kontaktas, o į tarpinio sluoksnio poveikį atsižvelgiama įvedant lygiagrečią spyruoklę (3.6b pav.).

Priėmus vienodas daleles, bendrasis dviejų dalelių sistemos standumas skaičiuojamas sekančiai:

$$K_{s,Pol} = 2E_p R_p + \frac{E_b A_b}{L_b}, \quad (3.15)$$

čia A_b ir L_b atitinkamai yra jungiamojo cilindro skerspjūvio plotas ir ilgis. Priėmus, kad $A_b = \pi R_p^2$ ir $L_b = 2R_p$ gauname, kad:

$$K_{s,Pot} = 2E_p R_p + \frac{1}{2} \pi E_b R_p. \quad (3.16)$$

Rojek *et al.* (2012) taip pat naudoja tokią pat standumo išraišką $2E_p R_p$. Akiivaizdu, kad $K_{s,lim,0} > 2E_p R_p$. Paprastai, nelygybė $K_{s,Pot} \leq K_{s,lim,0}$ yra tenkinama kol:

$$E_b \leq \frac{2}{\pi} E_p \left(\frac{\pi}{1 - \nu_p^2} - 2 \right). \quad (3.17)$$

Nelygybės $K_{s,Pot} \leq K_{s,lim,0}$ ribinis atvejis gautas iš (3.17) išraiškos, kai $\nu_p = 0,0$, $E_b \leq 0,73E_p$, ir kai $\nu_p = 0,5$, tai $E_b \leq 1,4E_p$.

DEM atveju, dviejų sferinių dalelių tiesinės tamprios sąveikos standumas yra:

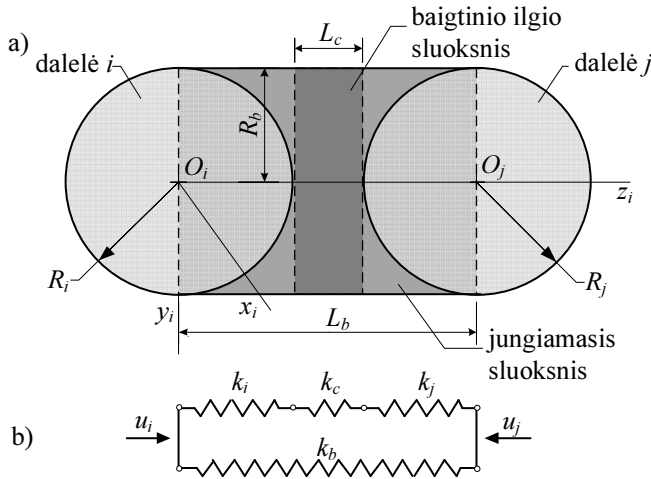
$$K_{s,lin} = \frac{1}{3} \frac{E_p R_p}{(1 - \nu_p^2)}. \quad (3.18)$$

Šis standumas gautas iš Hertz sąveikos dėsnio, kuriame standumas esant vieno dalelės išreiškiamas taip:

$$K_{n,H}(\Delta l) = \frac{\frac{\sqrt{2}}{3} E_p \sqrt{R_p} \sqrt{\Delta l}}{(1 - \nu_p^2)}, \quad (3.19)$$

čia Δl yra dalelių paviršių persidengimas arba jų centrų poslinkis. Šio poskyrio išraiškose $R_p = R_i = R_j$, $E_p = E_i = E_j$ ir $\nu_p = \nu_i = \nu_j$. Išraiškų palyginimas rodo, kad $K_{s,lim,0} > K_{s,lin}$, ir $K_{s,lim,0} > K_{s,H}$, kai $\Delta l \in [0; 4,5\pi^2 R_p]$. Tačiau poslinkis tarp dalelių centrų $\Delta l = 4,5\pi^2 R_p$ yra nerealus, kadangi $K_{s,lim,0} > K_{s,H}$ visuose dalelių sąveikos realiuose atvejuose.

Gautas standumas $K_{s,Pot}$ (3.16) yra pagrindinė Potyondy ir Cundall (2004) modelio standumo išraiška, tiesiogiai taikoma normalinės sąveikos standumui aprašyti, kai skaičiuojamoji schema atitinka 3.6 paveiksle pateiktą modelį. Modelio pagrindinis trūkumas yra tas, kad pradinio laiko momentu dalelės yra susilietusios (turi vieną bendrą sąlyčio tašką). Praktika rodo, kad medžiagoje sudarytoje iš pagrindinio užpildo ir rišančios matricos, užpildo grūdėliai (dalelės) sąveikauja per baigtinio storio jungiamąjį tarpinį sluoksnį. Todėl Pilkavičius *ir kt.* (2012) pasiūlė patobulintą Potyondy ir Cundall (2004) sąveikaujančių sferinių dalelių per baigtinio storio tarpinį jungiamąjį sluoksnį, modelį. Šis pasiūlytas modelis yra atskiras atvejis 3.1.1–3.1.4 poskyriuose nagrinėjamo modelio.



3.7 pav. Modifikuotas normalinės sąveikos modelis su baigtinio storio jungiamuoju sluoksniu: a) modelio geometrija; b) spyruoklinių elementų sistema

Fig. 3.7. Modified normal contact model with the bond of the finite length: a) geometry of the model; b) springs elements system

Šio modifikuoto modelio tarpinio jungiamojo sluoksnio storis L_b skaičiaviuose nagrinėjamas kaip viso cilindro standumas. Priėmus, kad jungiamojo cilindro spindulys yra R_b , o ilgis $L_b = R_i + R_j + L_c$, kai dalelės yra vienodos, bendrasis sistemos standumas yra apskaičiuojamas taip:

$$K_{s,Mod} = \frac{2E_p R_p \cdot \frac{E_b A_b}{L_c}}{2E_p R_p + \frac{E_b A_b}{L_c}} + \frac{E_b A_b}{L_b - L_c}, \quad (3.20)$$

čia A_b , L_b ir L_c atitinkamai yra jungiamojo cilindro skerspjūvio plotas, ilgis ir baigtinio ilgio sluoksnio tarp dalelių storis. Priėmus, kad $A_b = \pi R_p^2$ ir $L_b = 2R_p + L_c$ gauname, kad:

$$K_{s,Mod} = \frac{2E_p E_b \pi R_p^2}{2E_p + E_b \pi R_p} + \frac{E_b \pi R_p}{2}. \quad (3.21)$$

Paprastai nelygybė $K_{s,Mod} \leq K_{s,lim,0}$ yra tenkinama, kol:

$$E_b \leq \frac{2E_p}{1 - \nu_p^2} - \frac{4E_b E_p R_p}{2E_p + \pi E_b R_p}. \quad (3.22)$$

Gautas standumas $K_{s,Mod}$ (3.21) yra pagrindinė modifikuoto Potyondy ir Cundall (2004) modelio standumo išraiška, tiesiogiai taikoma normalinės sąveikos standumo įvertinimui, kai skaičiuojamoji schema atitinka 3.7 paveiksle pateiktą modelį. Išsami išvestų sąveikos modelių analizė pateikta sekančiame poskyryje.

3.1.6. Sąveikos modelių analizė

Teoriškai bet koks tūrio sudalinimas nuoseklia kryptimi į mažesnius ruožus ir sąlyčio ribų apibrėžimas, gali būti laikomas euristinio pobūdžio, kadangi priklauso nuo esamos situacijos ir tyrėjo žinių bei nuovokos.

Dalelių sąveikos modelių su tarpiniu jungiamuoju sluoksniu analizė atliekama skaitiškai, o gauti rezultatai pateikiami grafiškai, vaizduojant atskirų sistemos dalių standumų bei bendro standumo priklausomybes nuo sąveikaujančių dalelių ir jungiamojo tarpinio sluoksnio tamprumo modulių santykio.

Priimkime, kad sąveikaujančios sferinės dalelės yra vienodų geometrinių ir fizikinių savybių $R_p = R_i = R_j = 7,5 \text{ mm}$, $E_p = E_i = E_j = 40 \text{ GPa}$ ir $\nu_b = \nu_i = \nu_j = 0,25$, o tarpinio jungiamojo sluoksnio tamprumo modulis priimtas pagal santykį $E_p/E_b = 0,2; 0,5; 1,0; 2,0; 5,0$. Jungiamojo tarpinio sluoksnio pločiausias storis buvo priimtas $L_c = 0,07R_p$. Skaičiuojant sferinėms dalelėms užduotas normalinis poslinkis $0,02R_p$ dydžio.

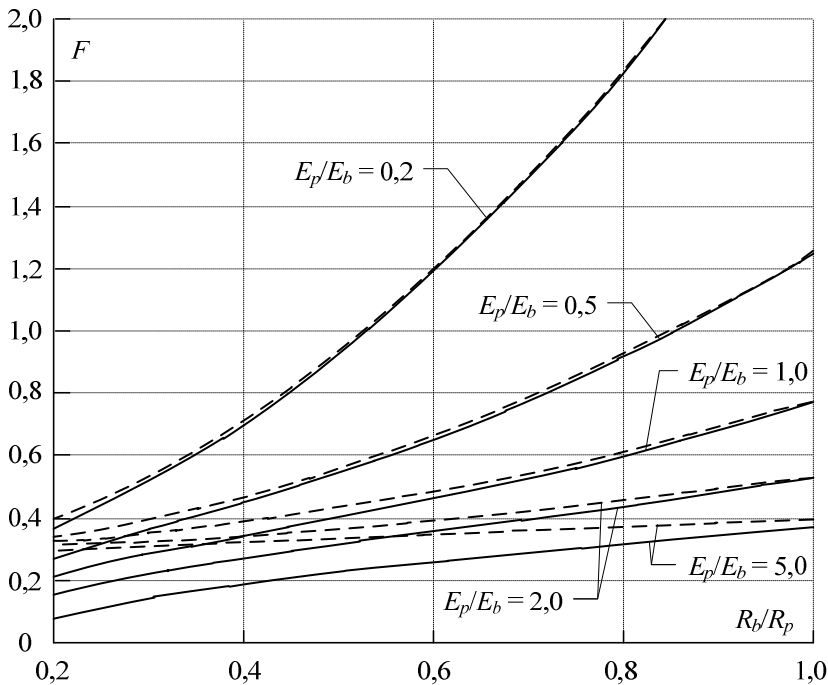
Lyginant 3.1.5 poskyryje aprašytus analizinius sąveikos modelius, kai pirmojo modelio dalelės pradiniu laiko momentu turi bendrą sąlyčio tašką, o antrajame nagrinėjamas baigtinio storio tarpinis jungiamasis sluoksnis, buvo stebima normalinės sąveikos jėgos kitimo priklausomybė nuo jungiamojo sluoksnio santykinio spindulio (R_b/R_p), esant skirtingiems jungiamojo sluoksnio tamprumo modulių santykiams E_p/E_b (3.8 pav.). Ordinačių ašyje atidėta jėga F yra bedimensė ir lygi $F_n/(E_p R_p \times 10^{-3})$, kur F_n yra gaunama iš tiesinės priklausomybės tarp tarpdalelinės jėgos ir poslinkio:

$$F_n = K_s \cdot U_{ij}, \quad (3.23)$$

čia K_s yra atstojamasis standumas ilgio vienetui, kuris lygus $K_{s,Pot}$ pagal (3.15) išraišką arba $K_{s,Mod}$ pagal (3.20) išraišką.

Grafikuose punktyrinė linija vaizduoja 3.1.5 poskyryje aprašytą Potyondy ir Cundall (2004) normalinės sąveikos modelį, o ištisinė – modifikuotą modelį.

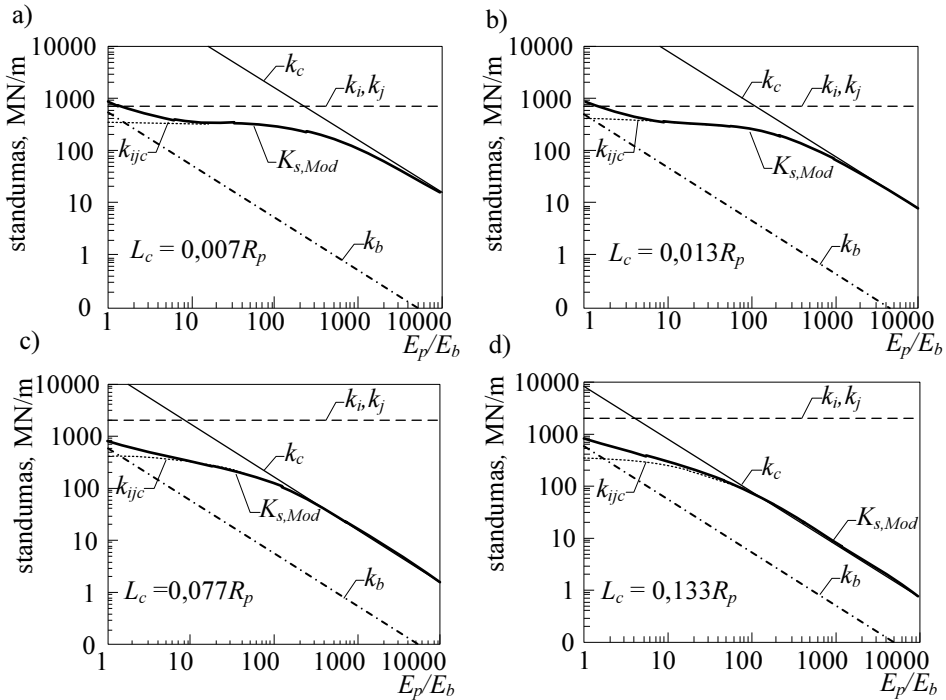
Iš 3.8 paveikslo matyti, kad modeliai yra gana panašūs esant mažesnėms tamprumo modulių santykio reikšmėms ($E_p/E_b < 1,0$). Silpnėjant jungiamajam sluoksniui, kai $E_p/E_b > 1,0$, skirtumas tarp analizinių modelių didėja, mažėjant tarpinio jungiamojo sluoksnio skerspjūvio spinduliui. Galime teigti, kad Potyondy ir Cundall (2004) normalinio kontakto modelis labiau tinka kai $E_p/E_b \leq 1,0$ ir $R_b/R_p > 0,5$.



3.8 pav. Sąveikos modelių palyginimas esant skirtingiems $E_p/E_b = 0,2; 0,5; 1,0; 2,0; 5,0$

Fig. 3.8. Comparison of interaction models at various $E_p/E_b = 0,2; 0,5; 1,0; 2,0; 5,0$

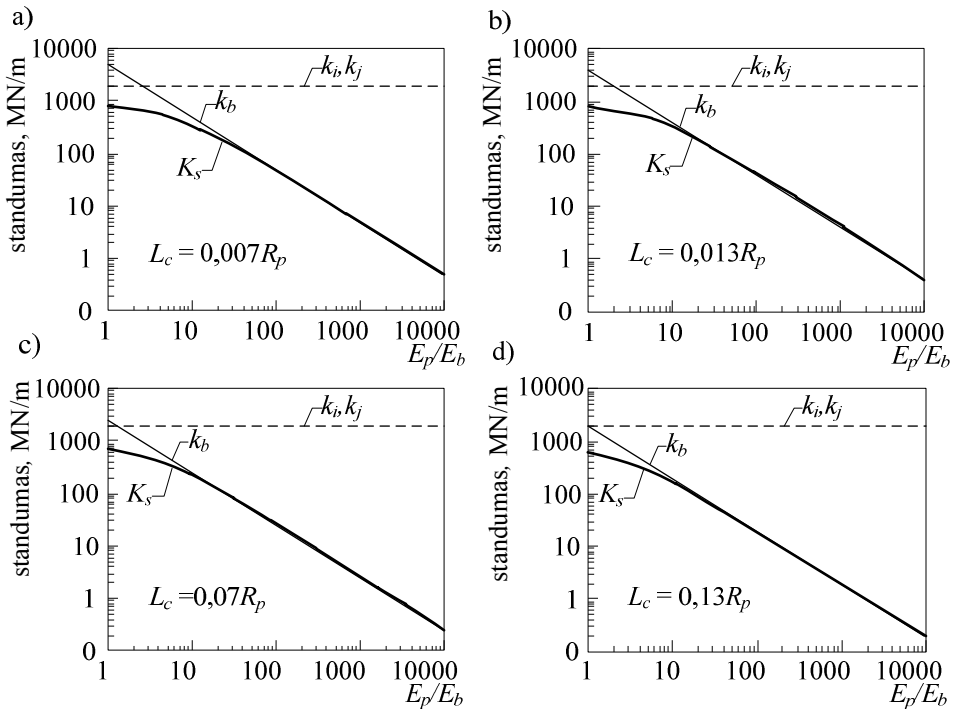
Atliekant išsamesnę modifikuoto modelio analizę, kai įvertinamas baigtinio storio tarpinio jungiamojo sluoksnio standumas, logaritminėje skalėje buvo stebima tiek atskirų, tiek bendrojo standumo kitimo priklausomybės nuo tarpinio jungiamojo sluoksnio tamprumo modulio kitimo pagal santykį E_p/E_b , esant skirtingam tarpinio jungiamojo sluoksnio storiui L_c . Gauti skaičiavimų rezultatai pateikiami grafiškai (3.9 pav.). Pastorinta kreivė vaizduoja bendrąjį atstojamąjį standumą $K_{s,Mod}$, plona ištisinė linija – pastovaus storio tarpelio L_c standumą k_c , plona punktyrinė linija su taškais – lygiagrečios jungiamojo sluoksnio dalies standumą k_b , horizontali punktyrinė linija – sferinių dalelių standumus k_i , k_i ir plona taškinė kreivė – nuoseklių komponentų (dalelių ir tarpinio sluoksnio) standumų sumą k_{ijc} .



3.9 pav. Modifikuoto Potyondy ir Cundall (2004) modelio priklausomybė nuo jungiamojo tarpinio sluoksnio tamprumo modulio kitimo pagal E_p/E_b santykį, esant skirtingiems tarpinio sluoksnio storiams L_c : a) $L_c = 0,007R_p$; b) $L_c = 0,013R_p$; c) $L_c = 0,077R_p$; d) $L_c = 0,133R_p$

Fig. 3.9. Modified Potyondy and Cundall (2004) interaction model by variation of separate bond stiffness parameters against relative interface elasticity modulus properties E_p/E_b for different interface thickness L_c : a) $L_c = 0,007R_p$; b) $L_c = 0,013R_p$; c) $L_c = 0,077R_p$; d) $L_c = 0,133R_p$

Atliekant naujai sukurto dalelių sąveikos per tarpinį jungiamąjį sluoksnį modelio, aprašyto 3.1.1–3.1.4 poskyriuose, išsamią analizę, kai atskiri dalelių ir tarpinio jungiamojo sluoksnio standumai atitinkamai skaičiuojami pagal (3.7) ir (3.11) išraiškas, logaritminėje skalėje buvo stebima tiek atskirų, tiek bendrojo standumų kitimo priklausomybės nuo tarpinio jungiamojo sluoksnio tamprumo modulio santykio E_p/E_b , esant skirtingiems tarpinio jungiamojo sluoksnio storiams L_c . Gauti skaičiavimų rezultatai pateikiami grafiškai (3.10 pav.). Pastorinta kreivė vaizduoja suminį atstojamąjį standumą K_s , plona ištisinė linija – tarpinio jungiamojo sluoksnio standumą k_b ir horizontali punktyrinė linija – sferinių dalelių standumus k_i ir k_j .



3.10 pav. Normalinės sąveikos jungiamojo tarpinio sluoksnio standumo k_b ir suminio atstojamojo standumo K_s priklausomybė nuo jungiamojo tarpinio sluoksnio tamprumo modulio santykio E_p/E_b , esant skirtingiems tarpinio sluoksnio storiams L_c :

a) $L_c = 0,007R_p$; b) $L_c = 0,013R_p$; c) $L_c = 0,077R_p$; d) $L_c = 0,133R_p$

Fig. 3.10. Normal interaction by variation of bond stiffness k_b and total resultant stiffness K_s against relative interface elasticity modulus properties E_p/E_b for different interface thickness L_c : a) $L_c = 0,007R_p$; b) $L_c = 0,013R_p$; c) $L_c = 0,077R_p$; d) $L_c = 0,133R_p$

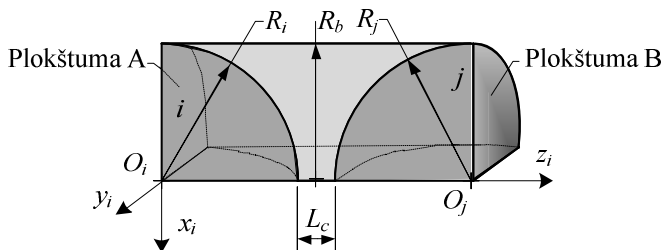
Kaip matyti iš 3.9 ir 3.10 paveiksluose pateiktų grafikų, modelių analizė buvo atlikta gana plačiame tarpinio jungiamojo sluoksnio tamprumo modulių E_p/E_b kitimo diapazone nuo 1 iki 10000. 3.9 paveiksle pateikti grafikai rodo, kad standumų skirtumas tarp nuoseklių ir bendrojo komponentų pastebimas tada, kai jungiamasis tarpinis sluoksnis yra gana standus ($1 < E_p/E_b < 10$). Tarpinio jungiamojo sluoksnio standumo kritimas mažina sluoksnio įtaką, tuo pačiu ir bendrąjį standumą. Pastebėtina, kad 3.9 paveiksle lygiagrečios jungiamojo sluoksnio dalies standumas k_b praktiškai nepriklauso nuo tarpinio sluoksnio storio L_c . Pažvelgus kitaip, kai mažėja tarpinio sluoksnio storis L_c , nuosekliosios jungiamojo tarpinio sluoksnio dalies standumas k_c yra vyraujantis, o tarpinio sluoksnio storiui L_c didėjant, k_c įtaka mažėja. 3.10 paveiksle pateiktuose grafikuose intervalas, kuriame santykis E_p/E_b kinta nuo 1 iki 100, gali būti laikomas kaip perei-

namoji sritis, nes, esant $E_p/E_b > 100$, dviejų dalelių sistemos sąveikoje per tarpinį jungiamąjį sluoksnį lemiamu tampa būtent tarpinio sluoksnio standumas.

3.2. Analizinių modelių tinkamumo įvertinimas taikant baigtinių elementų metodą

3.2.1. Baigtinių elementų modelio sudarymas

Analiziškai aprašius normalinės sąveikos skaičiavimo metodus, naudinga patikrinti jų tinkamumą kitais metodais. Metodų įvertinimui ir rezultatų palyginimui nagrinėjamas 3.2 paveiksle aptartas modelis, kai dvi sukibusios sferinės dalelės sąveikauja per tarpinį jungiamąjį sluoksnį. Dėl ašiai simetriško tiek deformacijų, tiek įtempių būvio tiriamas modelio ketvirtadalis (3.11 pav.) simetriškomis kraštinėmis sąlygomis stačioje O_ixz_i ir gulščioje O_jyz_i plokštumose. Kitaip tariant, paviršių D ir C (3.12 pav.), esančių šiose koordinatinių plokštumose, judėjimas buvo suvaržytas šioms plokštumoms statmena kryptimi. Visi kiti kreivieji tiek dalelių, tiek tarpinio jungiamojo sluoksnio paviršiai buvo priimti laisvi ir galėjo deformuotis visomis trimis kryptimis.

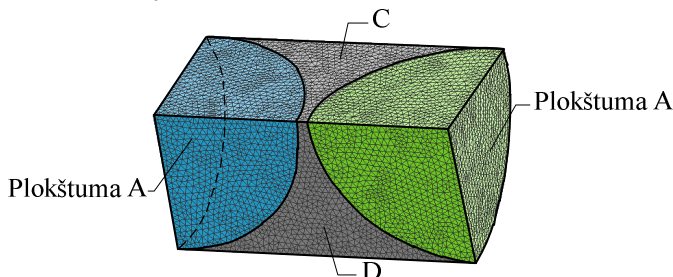


3.11 pav. Baigtinių elementų modelio geometrija
Fig. 3.11. Geometry of finite element simulation model

Analizuojant dėmesys buvo labiausiai skiriamas pradiniam storiui L_c tarp sąveikaujančių sferinių dalelių paviršių ir tarpinio jungiamojo sluoksnio tamprumo moduliui E_b . Priimtos keturios skirtingos reikšmės $L_c/R_p \in (0,007; 0,013; 0,077; 0,133)$, o atitinkamai prie kiekvienos iš šių reikšmių $E_p/E_b \in (1,0; 2,0; 5,0; 13,7; 500; 10000)$. Dalelių ir tarpinio jungiamojo sluoksnio spinduliai ir tamprumo modulis nekito $R_p = R_b = 7,5$ mm, $E_p = 40$ GPa. Santykis $E_p/E_b = 13,7$ atitinka granito ir cementinio akmens tamprumo modulių santykį.

Poveikis sferinėms dalelėms buvo perduodamas per 3.11 ir 3.12 paveiksluose pažymėtas plokštumas A ir B, suteikiant poslinkį normaline (z ašies) kryptimi. Poslinkius ribojų reikšmė $2 \cdot 10^{-4} R_p$.

Sudarant BE tinklą, BE matmenys visame modelio tūryje buvo pastovūs (3.12 pav.). BE modelio dalelių ir tarpinio jungiamojo sluoksnio tūriai sudalinami HEX10 BE. Kitaip tariant, šie elementai yra SOLID187 tipo ir yra aukštesnės eilės 10-ties mazgų erdviniai BE. Kiekvienas šio elemento mazgas aprašomas 6 laisvumo laipsniais. BE matmenys buvo priimti ne didesnis už $0,04R_p$. Modelį sudaro 235790 BE ir 336837 mazgai. BE modelio tinklo kokybė buvo įvertinta remiantis ANSYS reikalavimais pagal elementų asimetriškumo lygio santykį (*skewness ratio of elements*).



3.12 pav. Baigtinių elementų modelio tinklas
Fig. 3.12. The finite element model with mesh

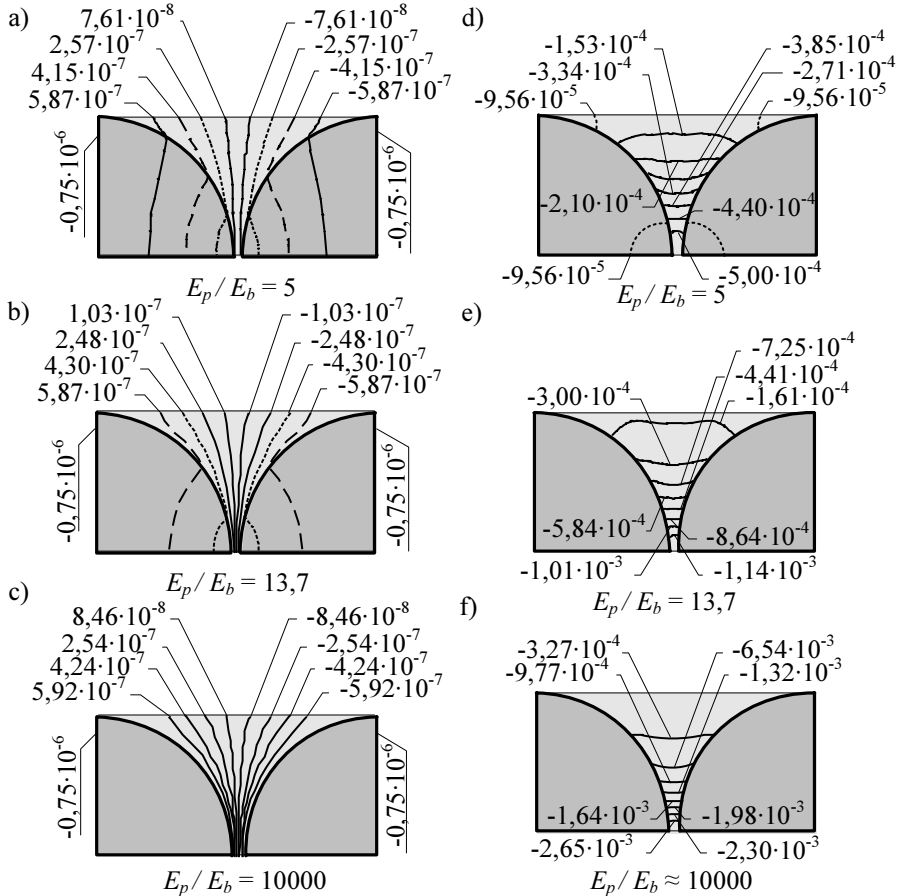
Sąveikos tipas tarp sferinių dalelių ir jungiamojo tarpinio sluoksnio priimtas absoliučiai standus. Tokia prielaida priimama tarpusavyje sąveikaujantiems paviršiams ir tuos paviršius ribojančioms briaunoms. Kitaip tariant, šiam sąveikos tipui yra neleidžiamas joks praslydimas, pasisukimas ar paviršių atsiskyrimas tarp sąveikaujančių komponentų.

Rezultatai patvirtino BE tinklo tinkamumą ir konvergavimo kriterijų tenkinimą. Atlikti geometriškai tiesiniai ir geometriškai netiesiniai (dideli poslinkiai ir didelės deformacijos) tyrimai parodė gerai žinomas tendencijas, lyginant tiesinius ir netiesinius kontakto modelius. Gautas netiesinis sprendinys atitinka netiesinį geometrinį standumą artimą Hertz sprendiniui. Tačiau, esant mažiems poslinkiams, skirtumas tarp tiesinio ir netiesinio modelių yra nereikšmingas, nes, didžiausia poslinkio reikšmė, suteikta apkraunant daleles, yra tokia maža, kad galioja mažų deformacijų ir poslinkių prielaida. Taigi, geometriškai netiesinių modelių taikymas tokiems uždaviniams yra nereikalingas ir tolimesni sferinių dalelių sąveikos per tarpinį jungiamąjį sluoksnį tyrimai BEM buvo atliekami taikant geometriškai tiesinį sąveikos modelį.

3.2.2. Tarpinio jungiamojo sluoksnio analizė

Atlikus analizę BEM, kai pradinis atstumas tarp sąveikaujančių sferinių dalelių paviršių $L_c/R_p \in (0,007; 0,013; 0,077; 0,133)$ ir $E_p/E_b \in (1,0; 2,0; 5,0; 13,7; 500;$

10000), gautų skaitinių rezultatų pobūdis paašškintas remiantis deformuoto būvio poslinkių bei deformacijų izolinijų vaizdais ties nagrinėjamos sistemos centrine vertikalia simetrijos plokštuma (3.13 pav.).

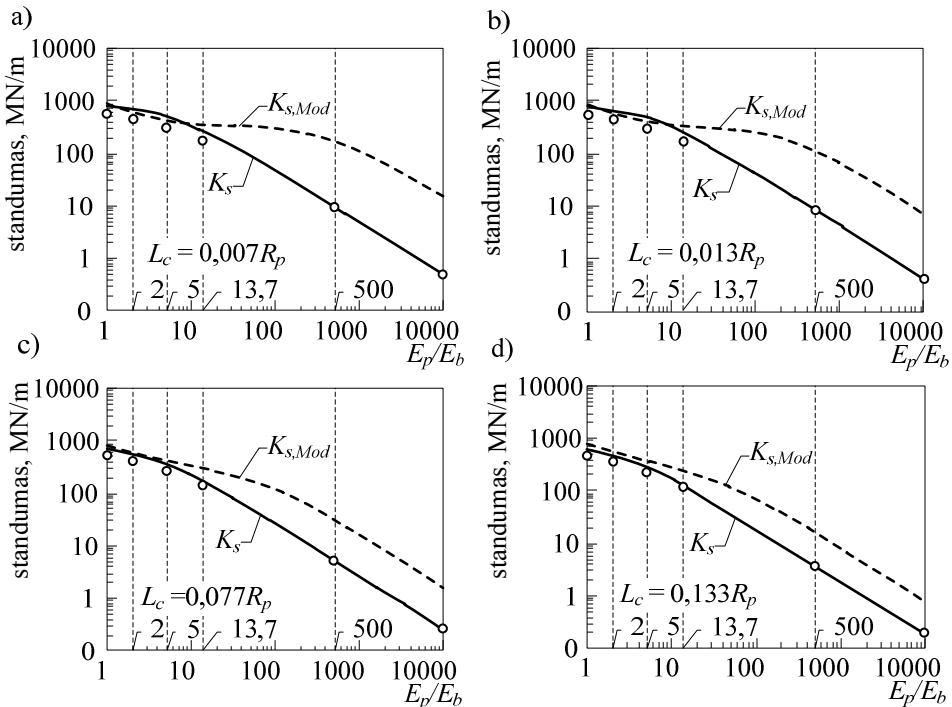


3.13 pav. Išilginių poslinkių izolinijos kai E_p/E_b : a) 5; b) 13,7; c) 10000, ir deformacijų izolinijų vaizdas, kai E_p/E_b : d) 5; e) 13,7; f) 10000

Fig. 3.13. Isolines of longitudinal displacements when E_p/E_b : a) 5; b) 13,7; c) 10000 and isolines of strains when E_p/E_b : d) 5; e) 13,7; f) 10000

Akivaizdu, kai sferinių dalelių ir tarpinio jungiamojo sluoksnio tamprumo moduliai yra vienodi ($E_p/E_b = 1,0$), tai poslinkių pasiskirstymas z_i ašies kryptimi yra taip pat vienodas ir vienakryptis, nes galioja plokščių pjūvių hipotezė. Tačiau didėjant santykiui E_p/E_b tiek poslinkių, tiek deformacijų pasiskirstymo nevienodumas didėja, o kai santykis $E_p/E_b \approx 10000$, dalelės visiškai nesideformuoja. Didžiausios deformacijos z_i ašies kryptimi, lokaliai pasireiškia didžiausio

tampumo modulių santykio atveju, mažiausio atstumo tarp sąveikaujančių dalelių vietoje. Didėjant santykiui E_p/E_b didėja tarpinio jungiamojo sluoksnio standumo įtaka. Mažėjant tarpinio jungiamojo sluoksnio standumui, jame deformacijos didėja, o dalelėse – mažėja, tai reiškia, kad didėjant santykiui E_p/E_b , vis labiau artėjama prie prielaidos tikslumo apie paviršių tarp sąveikaujančių sferinių dalelių per tarpinį jungiamąjį sluoksnį nesideformuojamumą.



3.14 pav. Skirtingų modelių suminio standumo kitimo priklausomybės, nuo jungiamojo tarpinio sluoksnio tampumo modulio kitimo pagal E_p/E_b santykį, esant skirtingiems tarpinio sluoksnio storiams L_c : a) $L_c = 0,007R_p$; b) $L_c = 0,013R_p$; c) $L_c = 0,077R_p$; d) $L_c = 0,133R_p$

Fig. 3.14. Dependences of variation of different interaction models resultant stiffness against relative interface elasticity modulus properties E_p/E_b for different interface thickness L_c : a) $L_c = 0,007R_p$; b) $L_c = 0,013R_p$; c) $L_c = 0,077R_p$; d) $L_c = 0,133R_p$

Taigi, atsižvelgiant į 3.12d, 3.12e ir 3.12f paveiksluose pateiktą deformacijų pasiskirstymą galime teigti, kad tarpinio jungiamojo sluoksnio standumo mažėjimas lemia reikšmingą deformacijų skirtumą tarp dalelių ir tarpinio jungiamojo sluoksnio ir dominuojantis tampa tarpsluoksnio standumas. Analizinių ir skaitinių tyrimų rezultatų palyginimas pateiktas grafine priklausomybe logaritminėje

skalėje (3.14 pav.). Punktyrinė linija vaizduoja modifikuoto modelio su baigtinio ilgio jungiamuoju tarpiniu sluoksniu atstojamojo standumo $K_{s,Mod}$ kitimo priklausomybę, o ištisinė pastorinta linija – naujai išvesto normalinės nuoseklios sąveikos modelio atstojamojo standumo K_s kitimo priklausomybę. Tuo tarpu tuščiaviduriai taškai vaizduoja atstojamąjį standumą gautą BE metodu, esant fiksuotam tamprumo modulių santykiui $E_p/E_b \in (2,0; 5,0; 13,7; 500; 10000)$.

Kai $E_p/E_b > 10$ (3.14 pav.), naujai sukurtas ir pasiūlytas modelis gana artiškai sutampa su BEM rezultatais. Didžiausias skirtumas tarp modelių siekia apie 10 %. Tuo tarpu modifikuotas Potyondy ir Cundall (2004) modelis, mažėjant tarpinio jungiamojo sluoksnio standumui ima reikšmingai skirtis nuo BEM atstojamųjų standumų prie skirtingų E_p/E_b santykių. BEM skaičiavimo rezultatai yra gana tikslūs ir gali būti taikomi analizinių modelių tikslumui įvertinti bei tarpinio jungiamojo sluoksnio standumo reikšmėms tikslinti.

Skirtumas tarp analizinių modelių didėja, mažėjant tarpinio jungiamojo sluoksnio storiui. Tokio skirtumo didėjimo priežastis, kad modifikuotame modelyje pusės dalelių standumas yra įvertinamas du kartus. Todėl mažėjant tarpinio jungiamojo sluoksnio tamprumo moduliui, mažėja jungiamojo sluoksnio standumas, o bendrasis mechaninis darbas ima priklausyti tik nuo tarpinio jungiamojo sluoksnio. Tiek naujai išvestas normalinės sąveikos modelis, tiek BEM skaičiavimo rezultatai rodo, kad, mažėjant tarpinio jungiamojo sluoksnio standumui, normalinės sąveikos modelis tampa tiesiniu.

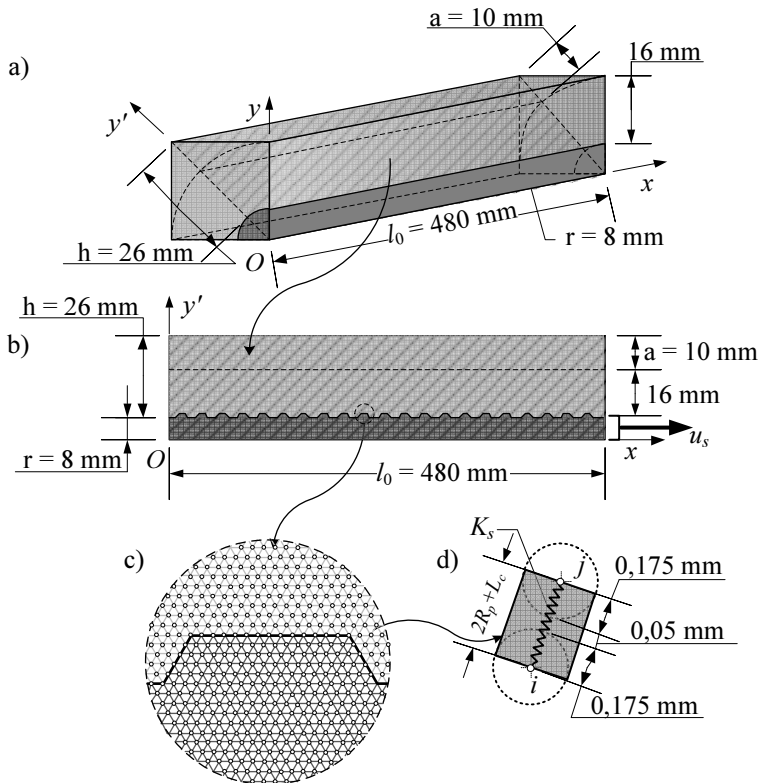
Taigi, išanalizavus sąveikos modelius, apibendrintai galime teigti, kad pasiūlytas normalinės sąveikos modelis pakankamai tiksliai įvertina atskirų komponentų standumus priklausančius nuo atskirų komponentų geometrijos, o tarpinio jungiamojo sluoksnio tamprumo modulio įvertinimas plačiame diapazone $E_p/E_b \in (1...10000)$, leidžia teigti, kad modelį galima taikyti tiek betono, tiek asfalto, tiek kitų panašių medžiagų tiesinei normalinei sąveikai modeliuoti.

3.3. Sferinių dalelių mikromechaninio modelio taikymas tempiamajam gelžbetoniniam elementui

Šiame poskyryje aprašomas sukurtas individualus kodas, paremtas mikromechanikos metodais, plokščio, ašiai simetrinio tempiamo GB elemento analizei. Taikant sukurtą kodą atliekamas tempiamo, plokščio, ašiai simetrinio GB elemento irimo modeliavimas bei analizė.

3.3.1. Tempiamojo gelžbetoninio elemento mikromechaninio modelio sudarymas

Vykdam tempiamo GB elemento mikromechaninius tyrimus, skaičiuojamasis modelis yra identiškas 2.2, 2.5 ir 2.17 paveiksluose pateiktam modeliui. DE modelio geometrija yra išreiškiama pagrindiniais rodikliais, tai dalelių spinduliais R_i ir R_j , kai $R_p = R_i = R_j$ ir atstumu tarp sferinių dalelių paviršių L_c . Atstumas tarp sferinių dalelių centrų yra $2R_p + L_c$ (3.2d pav.). Laikant, kad tempiamo GB strypo plokščio mikromechaninio modelio tinklo SE išdėstyti taisyklingai (sudaro lygiakraščių trikampių tinklą), nesudėtingai galima aprašyti nagrinėjamos schemos geometriją (3.15 pav.).



3.15 pav. Diskrečiųjų elementų modelio skaičiuojamoji schema: a) gelžbetoninio elemento aštuntadalis; b) projekcija ašyje y' ; c) modelio strypinė aproksimacija; d) vienmačio spyruoklinio elemento aproksimacija

Fig. 3.15. Calculation scheme of the discrete element model: a) eight part of the reinforced concrete element; b) the projection in axis y' ; c) model approximation by bars; d) one dimensional spring element approximation

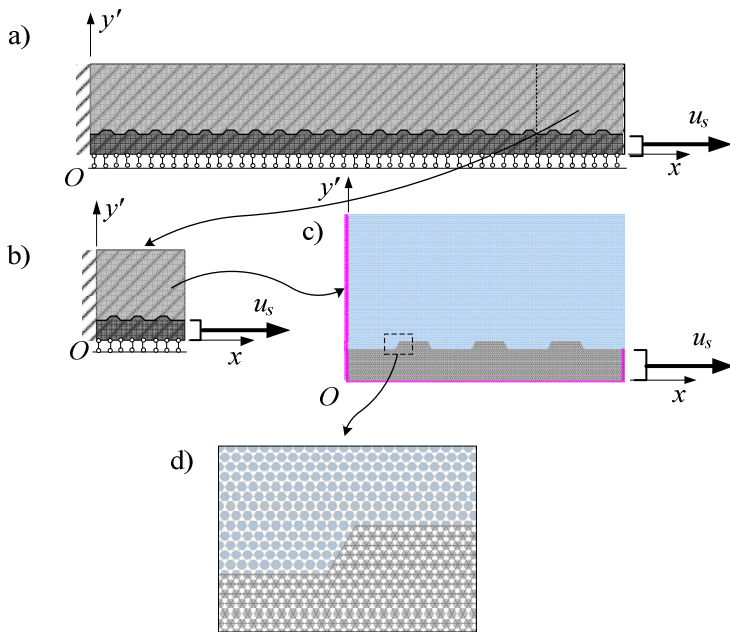
Suprantama, toks dalelių išdėstymas nėra idealus ir neatitinka betone chaotiškai išsidėsčiusių užpildo dalelių. Tačiau, toks priartėjimas yra pirmasis, kai betonas aprašomas kaip dvikomponentė struktūra ir papildomai įvertinama armatūros strypo sąveika su betonu. Reguliarios struktūros privalumas – paranku skaičiuoti ryšių tarp dalelių deformacijas visomis kryptimis ir paliginti su viso modelio deformacijomis.

Dėl visoms ašims simetrinių kraštinių sąlygų, skaičiuojamoji schema supaprastinama ir skaičiuojamas tik aštuntadalis (2.18 ir 3.15 pav.). Žinant, kad vienmatį SE sudaro dviejų dalelių pusės, kurių spinduliai atitinkamai lygūs $R_p = 0,175$ mm, ir $L_c = 0,05$ mm, gauname atstumą tarp dalelių centrų $2R_p + L_c = 0,4$ mm. Nagrinėjamos schemas aštuntadalio ilgis $l_0 = 480$ mm, armatūros strypo spindulys $r = 8$ mm ir gaubiančio betono sluoksnio storis $h = 2r + a = 26$ mm, kur $a = 2r/1,63$ įvertina kvadratinį skerspjūvį (3.15a ir b pav.). Skaitinio eksperimento metu poslinkis buvo perduodamas nagrinėjamam elementui per armatūros strypo laisvojo galo mazgus (3.15b pav.).

Armatūrinio plieno ir betono medžiagų mikromechaninės savybės modeliu sudaryti, buvo gautos pagal (3.3) išraišką bei 3.2.2–3.2.5 poskyriuose aprašytą metodiką. Priėmus, kad betono užpildo (šiuo atveju granito) tamprumo modulis ir Puasono koeficientas atitinkamai $E_p = 40,0$ GPa, $\nu_p = 0$, o užpildą jungiančio tarpinio sluoksnio (šiuo atveju cementinio akmens) $E_b = 2,92$ GPa, $\nu_b = 0$ gauname, kad bendrasis dviejų dalelių sistemos (3.2 pav.) standumas $K_s = 2,01$ MN/m, o vidutinis tamprumo modulis $E_c = 8,35$ GPa. Plieninės dalies vienmačių SE $E_s = 25,0$ GPa, o Puasono koeficientas $\nu_s = 0,05$. Betono susitraukimo deformacijos šiame modelyje nenagrinėjamos.

Paaiškinti modelio deformavimosi, irimo bei pleišėjimo koncepciją nagrinėjama lokali modelio sritis (3.16 pav.) apimanti viso modelio pirmuosius tris armatūros strypo rumbelius ties poslinkio pridėjimo vieta. Taigi, lokalų modelį sudaro 42264 vienodo ilgio SE iš kurių 8734 priklauso armatūrai, o 33530 – betonui (3.16d pav.). Visi SE jungiami mazguose (3.16d pav.), kurių galai priklauso menamoms, vienodo dydžio ($R_p = 0,175$ mm) ir formos sferinėms dalelėms. Lokalaus modelio mazgų skaičius sistemoje yra 14207 kurių 2982 priklauso armatūrai, o 11225 – betonui. Tuo tarpu visą bendrąjį plokščio GB elemento aštuntadalį sudaro 355297 vienodo ilgio SE iš kurių 74597 priklauso armatūrai, o 280700 – betonui (3.15c pav.). Mazgų skaičius sistemoje yra 118949 iš kurių 25379 priklauso armatūrai, o 93570 – betonui.

Modelis gali būti laikomas hibridinės prigimties, nes apima tiek diskrečias daleles, kurios aprašo kietą kūną makrolygyje, tiek daleles jungiančią matricą, kuri apima nevienalytės medžiagos įtempių-deformacijų būvį mezolygyje. Dalelės su jungiančiu tarpiniu sluoksniu aprašomos SE, atitinkančiomis Huko dėsnį; SE perima tik ašines jėgas.



3.16 pav. Skaičiuojamasis mikromechaninis modelis: a) plokščias modelio vaizdas; b) lokali modelio sritis; c) lokalus modelis programoje; d) padidintas modelio fragmentas

Fig. 3.16. Micromechanical simulation model: a) plain view of the model; b) local model zone; c) local model in the program; d) enlarged fragment of the model

Nepriklausomai nuo diskretizavimo, nevienalytės struktūros dinaminė elgsena dėl dalelių judėjimo kontinuume aprašoma standartiškai, taikant antrąjį Niutono dėsnį (3.1.1 poskyris). Tačiau, dalelių sąveika per tarpinį jungiamąjį sluoksnį aprašoma taikant visiškai naują originalią koncepciją. Pasiūlytas kontakto modelis yra kitoks nei tradicinis tiesioginio DEM kontakto tarp dviejų sferinių dalelių, modelis skirtas birioms medžiagoms modeliuoti.

3.3.2. Trumpai apie GBD2 programą

Siekiant pagrindinio darbo tikslo, kuriame buvo numatyta ištirti tempiamo GB elemento armatūros strypo su betonu sankibos srities elgseną taikant mikromodelį, sukurta specializuota programa GBD2, paremta DEM koncepcija. Programa parašyta C/C++ programavimo kalba, naudojant modulinę programavimo kalbos struktūrą. Parašyta programa turi gana patogią ir vartotojišką naudojimosi aplinką.

Preprocesoriaus stadijoje norimos geometrijos strypinė sistema gali būti sukuriami pasirinkta komercine arba nemokama programa. Geometrija turi būti kuriama dalimis, atskiriant norimas modeliuoti skirtingas medžiagas, t. y. kuriama atskirai betoninė ir atskirai plieninė dalys. Atskiruose tekstinuose (*.txt) failuose išsaugomos kiekvienos dalies strypinės sistemos mazgų koordinatės ir SE mazgų numeriai. Programa pati sujungia atskiras strypinių sistemų dalis pagal tekstinuose failuose turimą informaciją. Duomenys apie medžiagas, tokie kaip plieninės ir betoninės dalies mazgų masės, SE standumai, irimo kriterijus, apkrovimo greitis, integravimo žingsnis ir kt., užduodamos taip pat atskirame tekstiname (*.txt) faile. Paleidus programą papildomai gali būti pažymimi mazgai ir SE ir išsaugomi atskiruose failuose. Tekstinuose failuose, kuriuose buvo išsaugoti norimi SE, gali būti keičiami jų standumai bei irimo kriterijai. Atskiruose failuose išsaugoti mazgai ir SE gali būti sekami visą skaičiavimo laiką, o po skaičiavimų peržiūrimi jų poslinkio x ir y komponentai, mazgo greitis, SE ilgio kitimas, ilgio dedamosios, deformacija, deformacijos jėga ir kt. rodiklių istorija laike. Rezultatai yra išvedami (*.csv) formatu.

3.3.3. Spyruoklinio elemento irimo kriterijaus nustatymas

Pagal 3.2.1–3.2.4 poskyriuose aprašytą metodiką apskaičiavus reikiamas betono ir armatūrinio plieno medžiagų mechanines savybes aprašančius rodiklius, buvo atlikti uždavinio skaičiavimai tamprioje stadijoje. Gauti skaičiavimo rezultatai tamprioje stadijoje patvirtino gerai žinomas tendencijas.

Kadangi strypinės struktūros modelyje priimamas tik ašinis standumas, tai reiškia, kad visi nagrinėjamos sistemos SE yra tik tempiami ir gniuždomi. Irimui modeliuoti dar reikia numatyti irimo sąlygą. Kaip žinome, betono irimas prasideda tada, kai viršijami ribiniai betono tempimo arba šlyties įtempiai lokaliuose srityse, o vėliau ir glemžimo (gniuždymo) įtempiai. Lokalios irimo sritys betone susidaro dėl daugelio priežasčių, tokių kaip medžiagos nevienalytiškumas, tempiamų arba šliejamų lokalių sričių susidarymas armatūros strypo su betonu sąlyčio paviršiumi ir kt. Betono lokalus gniuždymas, vykstant GB elemento tempimui, pasireiškia vėliau, nes ribinis gniuždomasis betono stipris yra apie 10 kartų didesnis už betono ribinį tempiamąjį stiprį.

Taigi, strypinės struktūros modelio irimo kriterijus tempimui gali būti apskaičiuojamas įvairiai. Viena iš skaičiavimo metodikų pasiūlyta Tavarez ir Plesha (2007), kurioje operuojama dviem pagrindiniais dydžiais – tai SE, jungiančio du mazgus, standumu ir irimo kriterijumi. Standumas atitinkamai priklauso nuo dalelių matmenų bei medžiagos rodiklių (tokių kaip dalelių tamprumo modulis ir Puasono koeficientas), o irimo kriterijus nustatomas priklausomai nuo beton ribinio tempiamojo stiprio ir nuo medžiagos irimo rodiklio. Žinant, kad plokščiojo įtempių deformacijų būvio atveju betono pirmosios modos irimo ro-

diklis K_{lc} , t. y. betono gebėjimo priešintis plyšio plitimui, rodiklis kinta ribose nuo 0,2 iki 1,4 $\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$, galime jį priimti lygiu vidutinei reikšmei 0,8 $\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$. Tuomet, pagal 3.24 išraišką gali būti apskaičiuojami ribiniai įtempiai, prie kurių pradeda plisti plyšys betone:

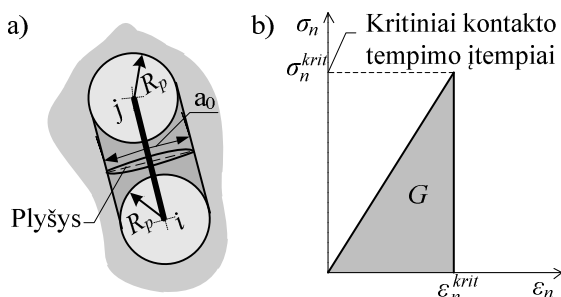
$$\sigma_{ult} = \frac{K_{lc}}{\sqrt{\pi a_0}}, \quad (3.24)$$

čia a_0 yra plyšio ilgis, priimamas lygus $2R_p$ (3.17 pav.).

Tuomet, vieno SE kritinė suirimo normalinė jėga skaičiuojama pagal Tavaréz ir Plesha (2007) pateiktą išraišką:

$$f_n^{crit} = \frac{(\pi \cdot R_p \cdot a_0) \cdot \sigma_{ult}}{2(1 - \nu_c)} \cdot \left(\sqrt{3} - \frac{\nu_c}{\sqrt{3}} \right), \quad (3.25)$$

čia R_p yra dalelių spindulys (3.17a pav.), kai dalelės yra vienodo dydžio, o ν_c – SE tarp mazgų ij Puasono koeficientas.



3.17 pav. Spyruoklinio elemento irimo samprata: a) plyšio ilgis; b) ribinių įtempių nuo deformacijų priklausomybė ir irimo energijos plotas

Fig. 3.17. Fracture concept of spring element: a) crack length; b) ultimate stress – strain behaviour and fracture energy area

Turint vieno SE kritinę suirimo normalinę jėgą, gali būti apskaičiuojami kritiniai normaliniai suirimo įtempiai ir deformacijos (3.17b pav.):

$$\sigma_n^{crit} = \frac{f_n^{crit}}{2 \cdot R_p \cdot a_0}, \quad (3.26)$$

$$\epsilon_n^{crit} = \frac{\sigma_n^{crit}}{E_c}. \quad (3.27)$$

Jeigu $K_{lc} = 0,80 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$, ir $a_0 = 2R_p = 0,35 \text{ mm}$, tai $\sigma_{ult} = 24,13 \text{ MPa}$, o kritinė tempimo jėga, įtempiai ir deformacijos, prie kurių nutrūksta SE atitinkamai $f_n^{crit} = 1,3 \text{ N}$, $\sigma_n^{crit} = 10,8 \text{ MPa}$, $\varepsilon_n^{crit} = 1,30 \times 10^{-3}$. Gniuždymui kritinės lininės deformacijos priimamos 10 kartų didesnės nei tempimui.

3.3.4. Lokalaus mikromechaninio modelio analizė

Nustačius reikiamas SE konstantas bei irimo kriterijų atlikti lokalaus mikromechaninio modelio dinaminiai skaičiavimai. Gauti skaičiavimo rezultatai pateikiami grafiškai (3.18a pav.), ašinės jėgos armatūroje N_s^0 ir armatūros pailgėjimo Δl_s priklausomybė.

Taip pat pateikiamas supleišėjusio lokalaus mikromechaninio modelio vaizdas paskutiniame skaičiavimo etape (3.18b pav.). Raudona (tempiami) ir žalia (gniuždomi) spalvomis atvaizduojami SE, kurių deformacijos viršija 20 % nuo kritinės deformacijos ribos ε_n^{crit} ($\varepsilon_n > 0,20 \varepsilon_n^{crit}$).

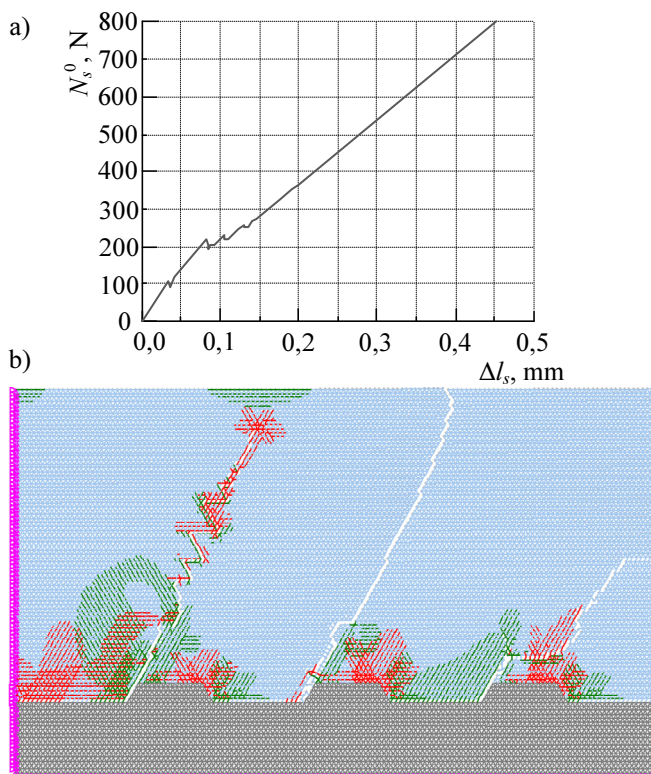
Iš 3.18a paveiksle pateikto grafiko galime pastebėti, kad pleišėjimas GB elemente prasideda pasiekus apie 100 N ašinės jėgos armatūroje N_s^0 reikšmę. Pirmasis plyšys formuojasi ten, kur pasireiškia didžiausi šlyties įtempiai, t. y. ties armatūros strypo su betonu sukibimo sritimi, ties poslinkio prie armatūros strypo laisvojo galo pridėjimo vieta. Pasiekus šiek tiek didesnę nei 200 N ašinę jėgą armatūroje, lokalus mikromechaninis modelis ima pleišėti ties rumbelių įstrižomis briaunomis ir plyšiai palaipsniui pasiekia GB elemento išorę (3.18b pav.). Taip pat galime matyti, kad vykstant pleišėjimui, bendras GB elemento standumas mažėja, nes mažėja kreivės posvyrio kampas.

Kadangi žinome, kad betono savybės tūryje niekada nebūna vienodos, medžiaga yra heterogeninė, reikėtų į tai atsižvelgti (3.19 pav.). Šiai medžiagos nevienalytiškumo savybei modeliuoti, skaičiavimo programoje buvo panaudotas Gauso skirstinys, leidžiantis priimti nustatytojo irimo kriterijaus ε_n^{crit} pagal (3.27) išraišką, išsibarstymą (standartinį nuokrypį) absoliutine prasme.

Taigi, priėmus standartinio nuokrypio σ tris reikšmes absoliutiniu dydžiu ($1,295 \cdot 10^{-5}$; $2,590 \cdot 10^{-5}$; $3,885 \cdot 10^{-5}$), atitinkamai gauname, kad 99,5 % ribinių trūkimo ribos verčių ε_n^{crit} yra išsibarsčiusios intervaluose $\pm 3\sigma$. Gauti skaičiavimų rezultatai (3.19a pav.) yra pateikiami armatūroje pailgėjimo nuo ašinės jėgos priklausomybė.

Papildomai įvedus lokaliame mikromechaniniame modelyje padidinto standumo sritis, kai betono užpildo ir jungiančio tarpinio sluoksnio tamprumo modulis bei Puasono koeficientas yra lygūs $E_p = E_b = 40,0 \text{ GPa}$, $\nu_p = \nu_b = 0$, o SE irimo kriterijus lieka toks pat, gauname, kad bendrasis dviejų dalelių sistemos standumas $K_s = 12,74 \text{ MN/m}$ (3.20 pav. šviesesnė spalva). Šios sritys atspindi

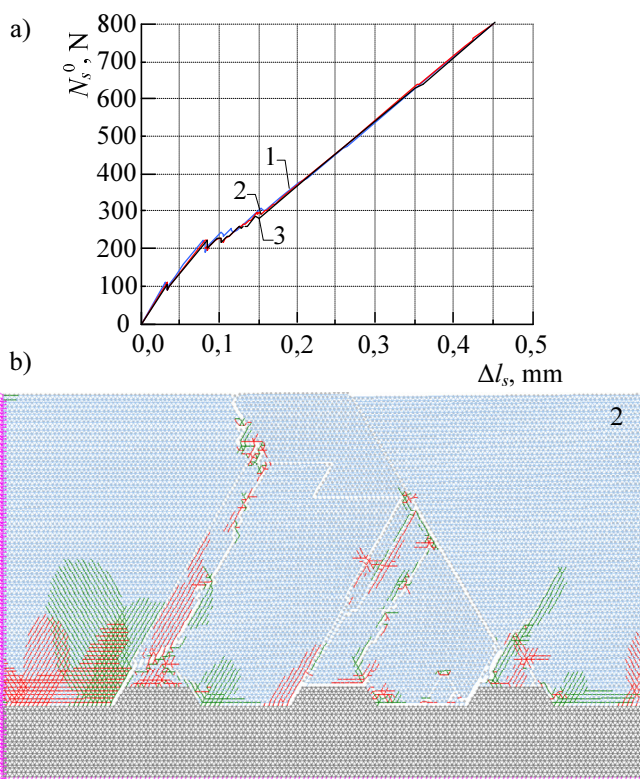
didesnio ploto stipresnius užpildo grūdelius. Gauti skaičiavimo rezultatai pateikti 3.20 paveiksle.



3.18 pav. Lokalaus mikromechaninio modelis analizė: a) priklausomybės tarp armatūros ašinės jėgos ir pailgėjimo; b) supleišėjusio lokalaus modelio vaizdas paskutiniame skaičiavimo etape

Fig. 3.18. Analysis of local micromechanical model: a) dependence of raxial force in reinforced bar and elongation; b) view of the cracked local model at the last stage of calculations

Modelio elgsena (3.20a pav.), esant atsitiktinėms padidinto standumo zonomis, yra artima prieš tai atliktiems skaičiavimams. Pagrindinius skirtumus galime pastebėti lygindami supleišėjusio modelio vaizdus paskutiniame skaičiavimo etape. Matyti, kad, plyšiai keičia savo plitimo trajektorijas, aplenkdami menamus, didesnio ploto bei stipresnius užpildo grūdelius. Toks plyšių plitimo charakteris yra gana artimas plyšių plitimui realiame bandinyje, nes didesnės frakcijos užpildo grūdeliai dažniausiai būna stipresni nei rišanti matrica (cementinis akmuo).

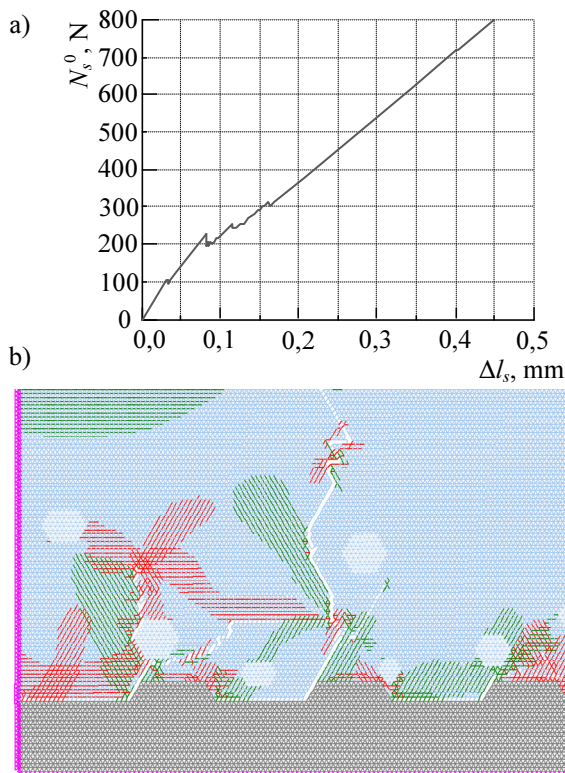


3.19 pav. Lokalaus mikromechaninio modelis analizė: a) priklausomybės tarp armatūros ašinės jėgos ir pailgėjimo: 1) $\sigma = 1,295 \cdot 10^{-5}$; 2) $\sigma = 2,590 \cdot 10^{-5}$; 3) $\sigma = 3,885 \cdot 10^{-5}$; b) supleišėjusio lokalaus modelio vaizdas paskutiniame skaičiavimo etape, kai $\sigma = 2,590 \cdot 10^{-5}$

Fig. 3.19. Analysis of local micromechanical model: a) dependence of axial force in reinforced bar and elongation: 1) $\sigma = 1,295 \cdot 10^{-5}$; 2) $\sigma = 2,590 \cdot 10^{-5}$; 3) $\sigma = 3,885 \cdot 10^{-5}$; b) view of the cracked local model at the last stage of calculation, when $\sigma = 2,590 \cdot 10^{-5}$

Pakeitus lokaliame modelyje įvestų papildomų sričių standumą mažesniu ankstesnio modelio atžvilgiu, gauti skaičiavimo rezultatai pateikti 3.21 paveiksle. Kai betono užpildo ir jungiančio tarpinio sluoksnio tamprumo modulis bei Puasono koeficientas yra lygūs $E_p = E_b = 2,92$ GPa, $\nu_p = \nu_b = 0$, o SE irimo kriterijus lieka toks pat, gauname, kad bendrasis dviejų dalelių sistemos standumas $K_s = 0,93$ MN/m (3.21 pav. šviesesnė spalva). Šios sritys atspindi didesnio ploto silpnesnius užpildo grūdelius ar bandinio lokalius susilpnėjimus dėl kitų priežasčių. Esant sumažinto standumo atsitiktinėms zonoms (3.21 pav.), keičiasi bendra lokalaus modelio elgsena. Grafikas rodo, kad plyšiai formuojasi ne tik ties jėgos

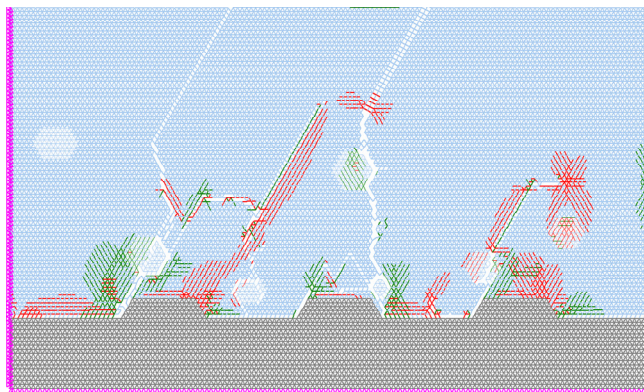
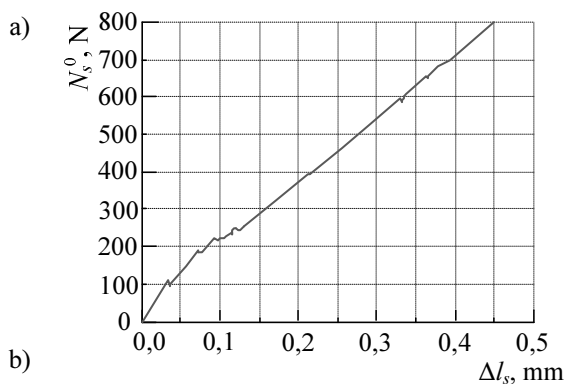
armatūroje intervalu 100–250 N, tačiau ir ties 600–700 N jėgos intervalu. Taip yra todėl, kad įvedus sumažinto standumo sritis, sumažėja bendrasis GB elemento standumas lemiantis tokią lokalaus modelio elgseną bei pleišėjimo charakterį (3.21b pav.).



3.20 pav. Lokalaus mikromechaninio modelis analizė: a) priklausomybės tarp ašinės jėgos armatūroje ir pailgėjimo, kai atsitiktinai įvedamos padidinto standumo zonos; b) supleišėjusio lokalaus modelio vaizdas paskutiniame skaičiavimo etape

Fig. 3.20. Analysis of local micromechanical model: a) dependence of axial force in reinforced bar and elongation, when randomly entered areas of the increased stiffness; b) view of the cracked local model at the last stage of calculation

Kadangi sumažinto standumo srytys pasiduoda labiau, plisdamas plyšys renkasi palankesnę kelią ir plinta per silpnesnes sritis. Pagrindinius plyšio plitimo trajektorijas skirtumus galime pastebėti lygindami supleišėjusio modelio vaizdus paskutiniame skaičiavimo etape (3.20b ir 3.21b pav.).



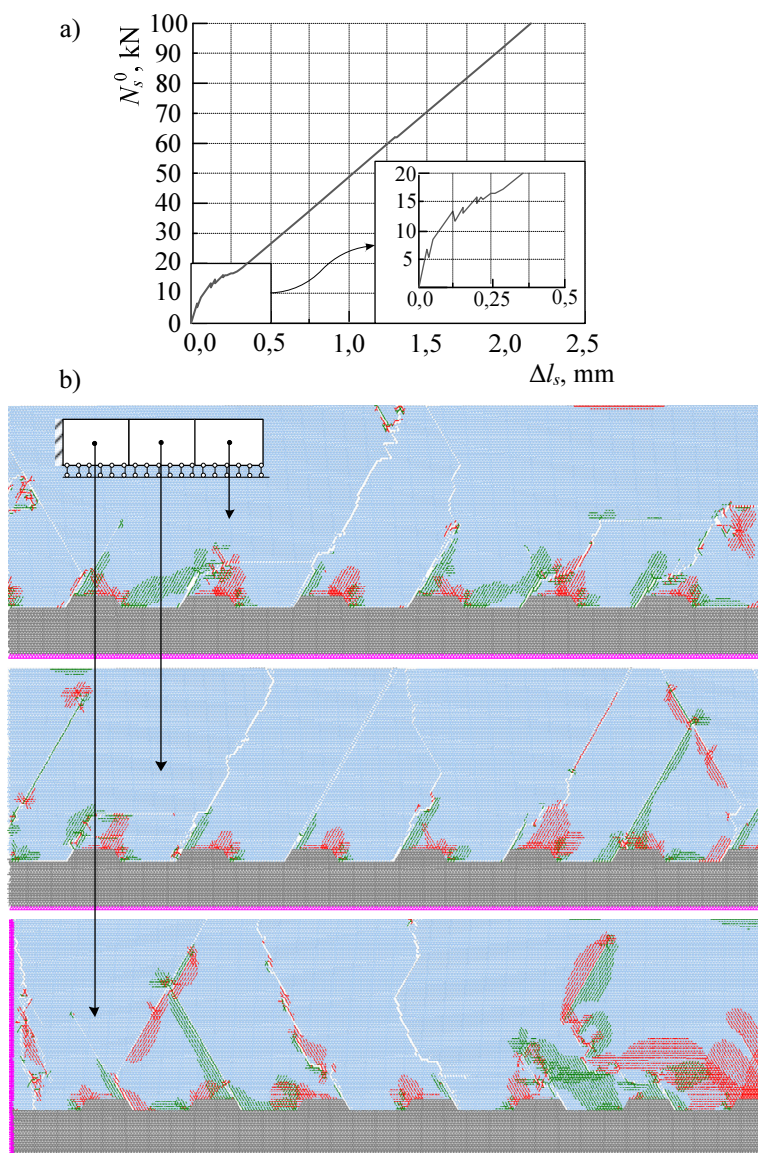
3.21 pav. Lokalaus mikromechaninio modelio analizė: a) priklausomybės tarp ašinės jėgos armatūroje ir pailgėjimo, kai atsitiktinai įvedamos sumažinto standumo zonos; b) supleišėjusio lokalaus modelio vaizdas paskutiniame skaičiavimo etape

Fig. 3.21. Analysis of local micromechanical model: a) dependence of axial force in reinforced bar and elongation when randomly entered areas of the decreased stiffness; b) view of the cracked local model at the last stage of calculation

3.21b paveiksle pavaizduotas plyšių plitimo charakteris gali būti laikomas artimu plyšių plitimui realiame bandinyje, kadangi nevienalytėje betono struktūroje gali būti ir silpnesni užpildo grūdėliai nei pati rišanti matrica, arba gali atsirasti lokalios susilpnėjusios zonos dėl kitų priežasčių.

3.3.5. Globalaus mikromechaninio modelio analizė

Išanalizavus lokalų modelį (3.3.4 poskyris), taip pat išanalizuota ir globalaus modelio, kuris aprašytas 3.3.1 poskyryje, deformavimosi bei irimo elgsena. Skaičiavimo rezultatai pateikti grafiškai (3.22a pav.), armatūros pailgėjimo priklausomybe nuo ašinės jėgos.

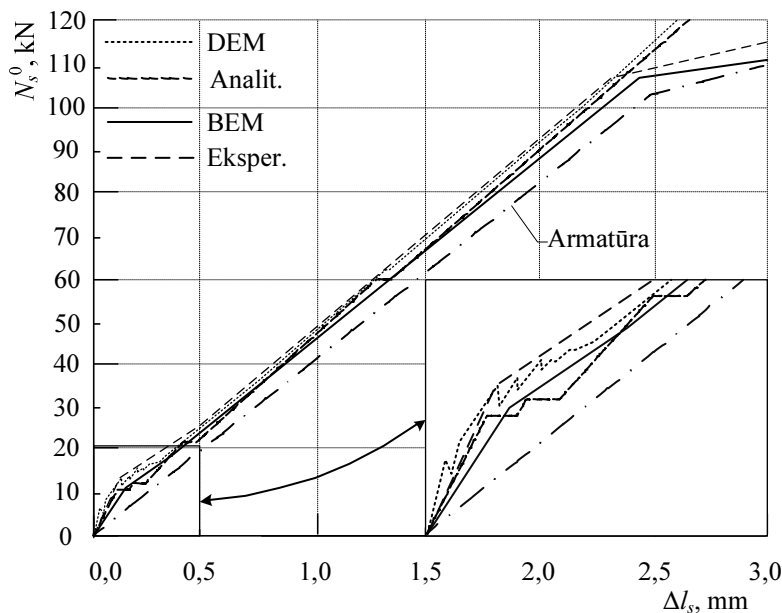


3.22 pav. Globalaus mikromechaninio modelis analizė: a) priklausomybės tarp armatūros ašinės jėgos ir pailgėjimo; b) supleišėjusio modelio vaizdai paskutiniame skaičiavimo etape

Fig. 3.22. Analysis of global micromechanical model: a) dependence of axial force in reinforced bar and elongation; b) views of the cracked model at the last stage of calculation

Taip pat pateikiami supleišėjusio globalaus modelio vaizdai paskutiniame skaičiavimo etape skirtingose GB elemento vietose (3.22b pav.).

Kaip matyti iš grafiko, pleišėjimas GB elemente prasideda pasiekus apie 5 kN reikšmę. Pirmasis plyšys, kaip ir lokaliame modelyje, formuojasi ten, kur pasireiškia didžiausi šlyties įtempiai, t. y. ties armatūros strypo su betonu sukibimo sritimi, ties poslinkio prie armatūros strypo pridėjimo vieta. Labiausiai GB elementas pleišėja ties rumbelių įstrižomis briaunomis, kai ašinė jėgą armatūroje N_s^0 kinta nuo 5 iki 20 kN, jėgai toliau didėjant plyšiai palaipsniui pasiekia GB elemento išorę (3.22b pav.). Tiriant skaitiškai pastebėta, kad GB elementas pleišėja toliau didėjant ašinei jėgai armatūroje, tačiau ne visos šio pleišėjimo pasekmės atsispindi kreivėje, nes mažesnių plyšių susidarymas ne taip stipriai mažina bendrąjį GB elemento standumą. Didesnę įtaką bendram GB elemento standumui turinčios pleišėjimo pasekmės atsispindi kreivėje ties 60–65 kN riba.



3.23 pav. Analitinio, skaitinių ir eksperimentinių rezultatų (Elfgren, Noghabai (2001)) palyginimas. Priklausomybė tarp armatūros ašinės jėgos ir pailgėjimo

Fig. 3.23. Comparison of analytical, numerical and experimental (Elfgren, Noghabai (2001)) results. Relationship between axial force in reinforcement bat and elongation

Kaip matyti, ties laisvuju GB elemento galu vyraujantys plyšiai su GB elemento išilgine ašimi sudaro apie 45° kampą, tuo tarpu ties GB elemento vertikaliu simetrijos skerspjūviu (kairysis įtvirtinimas), vyraujančių plyšių su GB elemento išilgine ašimi sudaromas kampas pasikeičia į 135°. Toks plyšių plitimo

charakteris yra artimas plyšių plitimui realiuose bandiniuose lyginant su autorių Elfgren, Noghabai (2001) eksperimentinių tyrimų rezultatais. Grafinis, analitinio, skaitinių BEM, DEM bei eksperimentinių tyrimų (Elfgren, Noghabai (2001)), rezultatų palyginimas yra pateiktas 3.23 paveiksle.

Pateiktas grafinis skaičiavimo rezultatų palyginimas (3.23 pav.) rodo, kad gauti skaitiniai DEM rezultatai yra daug artimesni autorių Elfgren, Noghabai (2001) eksperimentinių tyrimų rezultatams, nei taikant analitinį ar skaitinį BE metodus. Taip yra todėl, kad analitinis metodas yra apribotas tam tikromis prielaidomis, kurios supaprastina uždavinį, o skaitinio BEM pagalba negali būti įvertinamas atsitiktinių plyšių susidarymas viso pleišėjimo proceso metu (2 skyrius). Galime teigti, kad DEM atlikti skaitiniai tyrimai ir gauti rezultatai pakankamai gerai atspindi tempiamo GB elemento deformavimąsi bei pleišėjimą, todėl naująjį DE galima taikyti tempiamo GB elemento elgsenos analizei.

3.4. Trečiojo skyriaus išvados

Remiantis atlikta centriškai tempiamo GB elemento skaitine DEM analize, taikant naujai sukurtą dalelių sąveikos modelį, suformuluotos sekančios išvados:

1. Normalinės sąveikos modelis gautas nepriklausomai apskaičiuojant atskirų dalelių ir tarpinio jungiamojo sluoksnio standumus. Buvo gauta, kad silpnėjant jungiamajam tarpsluoksniui, tiek geometrinės, tiek mechaninės tarpsluoksnio savybės yra lemiamos.
2. Atlikus naujai sukurto modelio tinkamumo tyrimus, lyginant šio modelio rezultatus su BEM erdviniais skaičiavimo rezultatais, gautas tik iki 10 % nesutapimas plačiame tamprumo modulių santykių diapazone (E_p/E_b), esant skirtingiems tarpinio jungiamojo sluoksnio storiams L_c . Taigi, modelį galima taikyti tiek betono, tiek asfalto medžiagoms analizuoti, kadangi gali būti įvertinamas net 10 tūkst. kartų mažesnį tamprumo modulį turintis tarpinis jungiamasis sluoksnis.
3. Analizinių modelių palyginimas rodo, kad Potyondy ir Cundall (2004) siūlomas dalelių sąveikos modelis, neįvertinantis baigtinio ilgio tarpinio jungiamojo sluoksnio, sudaro didesnę bendrąją standumą, nes tarpinio jungiamojo sluoksnio tūris persidengia su sferinių dalelių tūriu ir yra įvertinamas du kartus. Šių autorių pasiūlytas sąveikos modelis yra tinkamas sąveikai per tarpinį jungiamąjį sluoksnį, kai pats tarpinis sluoksnis santykinai yra stiprus ($E_p/E_b \leq 1,0$). Kai tarpinis jungiamasis sluoksnis yra silpnesnis, šis modelis gali būti taikomas sąveikai tik per didesnio skerspjūvio spindulio jungiamąjį sluoksnį ($R_b/R_p > 0,6$). Šis

modelis visiškai netinka, kai tarpinis jungiamasis sluoksnis yra plonas ir silpnas.

4. Šiuo tyrimu pasiūlytas Potyondy ir Cundall (2004) analizinio modelio patobulinimas tinka sąveikai per jungiamąjį sluoksnį modeliuoti, kai tarpinis sluoksnis apie 8 kartus silpnesnis nei sąveikaujančios dalelės ($E_p/E_b \leq 8,0$), o jo skerspjūvio spindulys ne mažesnis nei 5 kartai ($R_b/R_p > 0,2$). Todėl modelį galima taikyti betonui analizuoti.
5. Sukurta specializuota DEM programa GBD2, skirta ašiai simetrinio GB elemento armatūros ir betono sankibos mechaninės elgsenos analizei, leidžia įvertinti medžiagos nevienalytiškumo koncepcijas ir išanalizuoti plyšių plitimo tendencijas.
6. Lokalaus ir globalaus mikromechaninių modelių analizė rodo, kad pirmasis plyšys, formuojasi ten, kur pasireiškia didžiausi šlyties įtempiai, t. y. ties armatūros strypo su betonu sukibimo sritimi, armatūros strypo laisvajame gale. Didėjant ašinei jėgai armatūroje, lokalus ir globalus modeliai pleišėja ties armatūros strypo rumbelių įstrižomis briaunomis kol plyšiai palaipsniui pasiekia GB elemento išorę. Vykstant GB elemento pleišėjimui mažėja kreivės posvyrio kampas, kadangi mažėja bendras GB elemento standumas.
7. Naująjį DE galima taikyti tempiamo GB elemento elgsenai nagrinėti, nes gautas plyšių plitimo charakteris, esant skirtingoms pleišėjančios medžiagos mechaninėms savybėms, yra artimas plyšių plitimui realiame bandinyje.

Bendrosios išvados

Išanalizavus tempiamo GB elemento elgseną armatūros strypo su betonu sankibos srityje, taikant makro- ir mikromodelius, formuluojamos bendrosios išvados:

1. Apžvelgus analizinius ir skaitinius kontinualių struktūrų modeliavimo metodus, skirtus modeliuoti armatūros su betonu sąveiką, konstatuota, kad analiziniai metodai, dėl uždavinį supaprastinančių prielaidų, iš esmės tinka tik makroproblemoms nagrinėti. BEM, nors ir patikrintas laiko, turi nemažai apribojimų ir yra nepritaikytas mikroirimo uždaviniams spręsti, todėl dažniausiai taikomas skaitinis DEM, kuris gali apimti tiek vienalytės, tiek ir nevienalytės struktūros pleišėjimo problemas.
2. Suformulavus ir analiziškai išnagrinėjus armatūros strypo su betonu sankibos mechaninės elgsenos uždavinį galime teigti, kad pasiūlytas analizinis modelis gali būti taikomas įvertinti tempiamo pleišėjančio GB elemento deformavimosi elgseną. Tačiau gaunamas plyšių skaičius yra per didelis, lyginant su skaičiavimo metodika antrajame Europos standarte EN 1992-1-1.
3. Atlikus armatūros strypo su betonu sankibos mechaninės elgsenos skaitinę analizę BEM, pastebėta, kad šio metodo taikymas mikroreiškinių (atsitiktinio pleišėjimo, betono skaldymo ir trupinimo ties rumbeliais ir kt.), įtakojančių tempiamo GB elemento deformavimąsi bei pleišėjimą,

analizei reikalautų pernelyg smulkaus irimo zonos diskretizavimo ir viršytų praktinių galimybių ribas. Vis dėl to, atliktas skaitinių rezultatų palyginimas su eksperimentinių tyrimų rezultatais rodo, kad gautos priklausomybės tarp ašinės jėgos ir armatūros pailgėjimo yra artimos, tačiau atlikti skaitiniai tyrimai yra idealizuoti ir GB elemento irimo pobūdis neatspindi realybės.

4. Nevienalytei terpei aprašyti DEM, sukurtas naujas normalinės sąveikos tarp sferinių dalelių diskretusis modelis. Skaitiniais tyrimais pagrįstas modelio tinkamumas rodo, kad silpnėjant jungiamajam tarpsluoksniui, tiek geometrinės, tiek mechaninės tarpsluoksniu savybės yra lemiamos. Gauti rezultatai su nedidesne kaip 10 % paklaida rodo, kad taikant šį modelį galima įvertinti net 10000 kartų mažesnę tamprumo modulį turintį tarpinį jungiamąjį sluoksnį.
5. Integralinio dalelių sąveikos per tarpinį jungiamąjį sluoksnį modelio idėja išplėsta taikant tradicinį DE modelį tarp dviejų sferinių dalelių. Naujasis DE tinka armatūros strypo su betonu sankibos mechaninei elgsenai modeliuoti, o tarpinio jungiamojo sluoksniu įvertinimas tarp užpildo dalelių yra būtinas. Norint tikslinti sprendinius, reikėtų įvertinti tarpinio jungiamojo sluoksniu ne tik gniuždymą ir tempimą, bet taip pat šlytį ir lenkimą.
6. Sukurtas sąveikos modelis ir jį aprašantis DE įdiegti sukurtoje specializuotoje DEM programoje, kuri leidžia atlikti nagrinėjamo objekto deformavimosi analizę, įvertinti norimas medžiagos nevienalytiškumo koncepcijas ir išanalizuoti plyšių plitimo tendencijas.
7. Ištyrus armatūros sukibimo su betonu sąveiką taikant DEM, gautas plyšių plitimo pobūdis nagrinėjant tiek lokalių, tiek globalių modelių, esant skirtingoms pleišėjančios medžiagos mechaninėms savybėms, yra panašus į plyšių plitimą realiame bandinyje. Vykstant GB elemento pleišėjimui mažėja ašinės jėgos ir pailgėjimo kreivės posvyrio kampas, kadangi mažėja bendras GB elemento standumas.
8. Atlikti skaitiniai DEM mikromechaniniai tyrimai parodė mikroanalizės svarbą, nes būtent mikroatsitiktiniai nevienodumai medžiagoje lemia jos makroelgseną.

Literatūra ir šaltiniai

Adams, G. G.; Nosonovsky, M. 2000. Contact Modeling Forces, *Trib. Int.* 33: 431–442.

Antonyuk, S.; Tomas, J.; Heinrich, S. 2008. Micro-Macro Deformation and Breakage Behaviour of Spherical Granules. *Micro-Macro-Interactions in Structured Media and Particle Systems*. Springer. 221-235 p.

Atkočiūnas, J.; Nagevičius, J. 2004. *Tamprumo Teorijos Pagrindai*. VGTU leidykla. 516 p.

Bazant, Z. 1990. Fracture Mechanics of Concrete Structures. *Proceedings of the First International Conference on (FraMCoS1)*. 1026 p.

Belevičius, R.; Kačianauskas, R.; Mróz, Z.; Sielamowicz, I. 2011. Analysis and DEM Simulation of Granular Material Flow Patterns in Hopper Models of Different Shapes. *Advanced Powder Technology* 22(2): 226–235.

Ben Romdhane, M. R.; Ulm, F. J. 2002. Computational Mechanics of the Steel–Concrete Interface. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 26(2): 99–120.

Bresler, B.; Bertero, V. 1968. Behavior of Reinforced Concrete Under Repeated Load. *Journal of the Structural Division* 94(6): 1567–1590.

Casanova, A.; Jason, L.; Davenne, L. 2012. Bond Slip Model for the Simulation of Reinforced Concrete Structures. *Engineering Structures* 39(0): 66–78.

Chang, X.; Yue, G.; Lin, H.; Tang, C. 2010. Modeling the Pullout Behavior of Fiber Reinforced Polymer Bars From Concrete. *Construction and Building Materials* 24(4): 431–437.

Chang, C. S.; Gao J. 1997. Rheological Modeling of Randomly Packed Granules With Visco-Elastic Binders of Maxwell Type. *Computers and Geotechnics* 21(1): 41–63.

Cheung, C. Y.; Cocks, A. C. F.; Cebon, D. 1999. Isolated Contact Model of an Idealized Asphalt Mix. *International Journal of Mechanical Sciences* 41(7): 767–792.

Ciampi, V. 1982. Analytical Model for Concrete Anchorages of Reinforcing Bars Under Generalized Excitations. *Earthquake Engineering Research Center*. University of California, Berkeley. 111 p.

Clément, C. L. 1987. Steel-Concrete Interface and Behavior of Reinforced Concrete Structures. Characterization and Modeling. *Doctoral Thesis*. University of Paris.

Cox, J. V.; Herrmann, L. R. 1992. A Plasticity Model for the Bond Between Matrix and Reinforcement. *Naval Civil Engineering Lab Port Hueneme Ca*.

Cundall, P. A.; Strack, O. D. L. 1979. A Discrete Numerical Model For Granular Assemblies. *Geotechnique* 29(1): 47–65.

D'Addetta, G. A.; Ramm, E. 2006. A Microstructure–Based Simulation Environment on the Basis of an Interface Enhanced Particle Model. *Granular Matter* 8(3-4): 159–174.

D'Addetta, G. A.; Kun, F.; Ramm, E. 2002. On the Application of a Discrete Model to the Fracture Process of Cohesive Granular Materials. *Granular Matter* 4(2): 77–90.

Dominguez, N.; Brancherie, D.; Davenne, L.; Ibrahimbegovic, A. 2005. Prediction of Crack Pattern Distribution in Reinforced Concrete by Coupling a Strong Discontinuity Model of Concrete Cracking and a Bond-Slip of Reinforcement Model. *Engineering Computations: Int J for Computer-Aided Engineering* 22(5-6): 558–582.

Dvorkin, J.; Nur, A.; Yin, H. 1994. Effective Properties of Cemented Granular Materials. *Mechanics of Materials* 18(4): 351–366.

Džiugys, A.; Peters, B. 2001. An Approach to Simulate the Motion of Spherical and Non-Spherical Fuel Particles in Combustion Chambers. *Granular Material* 3(4): 231–277.

Džiugys, A.; Navakas, R.; Šlančiauskas, A.; Stravinskas, G.; Kačianauskas, R. 2005. Numerical Simulation of Mixing and Segregation of Granular Material. *Mechanika. Kaunas* 3(53): 52–56.

Edwards, A. D.; Yannopoulos, P. J. 1979. Local Bond-Stress to Slip Relationships for Hot Rolled Deformed Bars and Mild Steel Plain Bars. *Journal Proceedings* 76(3): 405–420.

Eligehausen, R.; Popov, E. P.; Bertero, V. V. 1983. Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars Under Generalized Excitations: Experimental Results and Analytical Model. *Earthquake Engineering Research Center*, College of Engineering, University of California. 192 p.

Elfgren, L.; Noghabai, K. 2001. Tension of Reinforced Concrete Prisms. Round Robin Analysis and Tests on Bond. *RILEM Technical committee, Research report* 13. 244 p.

Elfgren, L.; Noghabai, K. 2001. Tension of Reinforced Concrete Prisms. Bond Properties of Reinforcement Bars Embedded in Concrete Tie Elements. *Summary of a RILEM Round-Robin Investigation Arranged by TC 147-FMB 'Fracture Mechanics to Anchorage and Bond'*. *Materials and Structures* 35: 318–325.

Filippou, F. C.; Popov, E. P.; Bertero, V. V. 1983. Effects of Bond Deterioration on Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Joints. *Earthquake Engineering Research Center*, University of California. 198 p.

Focacci, F.; Nanni, A.; Bakis, C. 2000. Local Bond-Slip Relationship for FRP Reinforcement in Concrete. *Journal of Composites for Construction* 4(1): 24–31.

Former CEB task group 2.5. 2000. Bond of Reinforcement in Concrete. State-of-Art report. *Stuttgart: Sprint-Druck*. 217 p.

Gribniak, V.; Cervenka, V.; Kaklauskas, G. 2013. Deflection Prediction of Reinforced Concrete Beams by Design Codes and Computer Simulation. *Engineering Structures* 56: 2175–2186.

Gribniak, V. 2009. Shrinkage Influence on Tension-Stiffening of Concrete Structures. *PhD thesis. Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius, Lithuania*. Available from Internet: <<http://www.dart-europe.eu/full.php?id=182160>>.

Hemmaty, Y.; De Roeck, G.; Vandewalle, L. 1991. Finite Element Modelling of Reinforced Concrete Taking Into Consideration Bond-Slip, *5th ANSYS Int. Conf.*

Holmyanskii, M. M. 1981. Contact Reinforcement With Concrete. *Moscow, Stroiizdat* (in Russian).

Holmyanskii, M. M. 1997. Concrete and Reinforced Concrete. Deformability and Strength. *Moscow, Stroiizdat*. (in Russian).

Ibrahimbegovic, A.; Delaplace, A. 2003. Microscale and Mesoscale Discrete Models for Dynamic Fracture of Structures Built of Brittle Material. *Computers & Structures* 81(12): 1255–1265.

Ingraffea, A.; Gerstk, W.; Gergely, P.; Saouma, V. 1984. Fracture Mechanics of Bond in Reinforced Concrete. *Journal of Structural Engineering* 110(4): 871–890.

Jasevičius, R.; Kačianauskas, R. 2007. Modeling Deformable Boundary by Spherical Particle for Normal Contact. *Mechanika* 6(68): 5–13.

Jiang, M.; Leroueil, S.; Konrad, J. M. 2005. Yielding of Microstructured Geomaterial by Distinct Element Method Analysis. *Journal of Engineering Mechanics* 131(11): 1209–1213.

Jiang, M. J.; Yu, H. S.; Harris, D. 2005. A Novel Discrete Model for Granular Material Incorporating Rolling Resistance. *Computers and Geotechnics* 32(5): 340–357.

Jiang, M. J.; Yu, H. S.; Harris, D. 2006. Bond Rolling Resistance and Its Effect on Yielding of Bonded Granulates by DEM Analyses. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics* 30(8): 723–761.

Jiang, M. J.; Harris, D.; Zhu, H. H. 2006. Future Continuum Models for Granular Materials in Penetration Analyses. *Granular Matter* 9(1–2): 97–108.

Johnson, K. L. 1985. Contact Mechanics. *University of Cambridge*. 462 p.

Kačianauskas, R.; Maknickas, A.; Kačeniauskas, A.; Markauskas, D.; Balevičius, R. 2010. Parallel Discrete Element Simulation of Poly-Dispersed Granular Material. *Advances in Engineering Software* 41(1): 52–63.

Kačianauskas, R.; Tumonis, L.; Džiugys, A. 2014. Simulation of the Normal Impact of Randomly Shaped Quasi-Spherical Particles. *Granular Matter* 16(3): 339–347.

Kaklauskas, G.; Christiansen, M. B.; Bacinskas, D.; Gribniak, V. 2008. Constitutive Model for Reinforced Concrete Members Taking into Account Concrete Creep and Shrinkage at Pre-Loading Stage. *Final Report No. T-1025/08. Vilnius Gediminas Technical University*. 46 p.

Kaklauskas, G.; Gribniak, V.; Salys, D.; Sokolov, A.; Meskenas, A. 2011. Tension-Stiffening Model Attributed to Tensile Reinforcement for Concrete Flexural Members. *The Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction* 14: 1433–1438.

Keuser, M.; Mehlhorn, G. 1987. Finite Element Models for Bond Problems. *Journal of Structural Engineering* 113(10): 2160–2173.

Khalfallah, S.; Ouchenane, M. 2007. A Numerical Simulation of Bond for Pull-out Tests: the Direct Problem. *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)* 8(5): 491–505.

Klisinski, M.; Runesson, K.; Sture, S. 1991. Finite Element with Inner Softening Band. *Journal of Engineering Mechanics* 117(3): 575–587.

Kruggel-Emden, H.; Simsek, E.; Rickelt, S.; Wirtz, S.; Scherer, V. 2007. Review and Extension of Normal Force Models for the Discrete Element Method. *Powder Technology* 171(3): 157–173.

Kruggel-Emden, H.; Rickelt, S.; Wirtz, S.; Scherer, V. 2008. A Study on the Validity of the Multi-Sphere Discrete Element Method. *Powder Technology* 188(2): 153–165.

Kwak, H. G.; Kim, S. P. 2001. Bond–Slip Behavior Under Monotonic Uniaxial Loads. *Engineering Structures* 23(3): 298–309.

Kwak, H. G.; Song, J. Y. 2001. Cracking Analysis of Reinforced Concrete Tension Members Using Polynomial Strain Distribution Function. *Proceedings of the Eighth International Conference on The Application of Artificial Intelligence to Civil and Structural Engineering Computing*. Civil-Comp Press. 131–132 p.

Landau, L. D.; Lifshitz, E. M. 1960. Electrodynamics of Continuous Media. *Volume 8 of A Course of Theoretical Physics*. Pergamon Press. 413 p.

Lee, J.; Herrmann, H. J. 1993. Angle of Repose and Angle of Marginal Stability: Molecular Dynamics of Granular Particles. *J. Phys. A. Math. Gen.* 26(2): 373–383.

Lilliu, G.; Van Mier, J. G. M. 2003. 3D Lattice Type Fracture Model for Concrete. *Eng. Fract. Mech.* 70(7–8), 927–41.

Maknickas, A.; Kačeniauskas, A.; Kačianauskas, R.; Balevičius, R.; Džiugys, A. 2006. DEM Software for Simulation of Granular Media. *Informatica* 17(2): 207–24.

Markauskas, D.; Kačianauskas, R. 2010. Investigation of Rice Grain Flow by Multi-sphere Particle Model with Rolling Resistance. *Granular Matter* 13(2): 143–148.

Markauskas, D.; Kačianauskas, R.; Džiugys, A. and Navakas, R. 2010. Investigation of Adequacy of Multi-Sphere Approximation of Elliptical Particles for DEM Simulations. *Granular Matter* 12(1): 107–123.

Model Code 1990. 1993. *CEB-FIP MC. Design Code*. Thomas Telford Ltd.

Monti, G.; Filippou, F.; Spacone, E. 1997. Finite Element for Anchored Bars under Cyclic Load Reversals. *Journal of Structural Engineering* 123(5): 614–623.

Morita, S.; Fujii, S. 1985. Bond-Slip Models in Finite Element Analysis. *Conference Proceeding Paper of Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures*. 348–363.

Nammur, G.; Naaman, A. E. 1989. Bond Stress Model for Fiber Reinforced Concrete Based on Bond Stress-Slip Relationship. *Materials Journal* 86(1): 45–57.

Ngo, D.; Scordelis, A. C. 1967. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams. *Journal Proceedings* 64(3): 152–163.

Nilson, H. 1968. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method. *Journal Proceedings* 65(9): 757–766.

Oñate, E.; Rojek, J. 2004. Combination of Discrete Element and Finite Element Methods for Dynamic Analysis of Geomechanics Problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 193(27–29): 3087–3128.

Pothisiri, T.; Panedpojaman, P. 2012. Modeling of Bonding Between Steel Rebar and Concrete at Elevated Temperatures. *Construction and Building Materials* 27(1): 130–140.

Potyondy, D. O.; Cundall, P. A. 2004. A Bonded-Particle Model for Rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 41(8): 1329–1364.

Reinhardt, H.; Blaauwendraad, J.; Vos, E. 1984. Prediction of Bond Between Steel and Concrete by Numerical Analysis. *Materials and Structures* 17(4): 311–320.

RILEM Technical Committee. 2001. Tension of Reinforced Concrete Prisms. Round Robin Analysis and Tests on Bond. *A report from an Investigation Arranged by Fracture Mechanics to Anchorage and Bond*.
URL: <http://epubl.ltu.se/1402-1528/2001/13/index-en.html>.

Rojek, J.; Labra, C.; Su, O. and Oñate, E. 2012. Comparative Study of Different Discrete Element Models and Evaluation of Equivalent Micromechanical Parameters. *International Journal of Solids and Structures* 49(13): 1497–1517.

Rojek, J.; Oñate, E.; Labra, C.; Kargl, H. 2011. Discrete Element Simulation of Rock Cutting. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 48(6): 996–1010.

- Rojek, J. 2014. Discrete Element Thermomechanical Modelling of Rock Cutting with Valuation of Tool Wear. *Computational Particle Mechanics* 1(1): 71–84.
- Rots, J. G. 1991. Smeared and Discrete Representations of Localized Fracture. *International Journal of Fracture* 51(1): 45–59.
- Russo, G.; Pauletta, M. 2006. A Simple Method for Evaluating the Maximum Slip of Anchorages. *Materials and Structures* 39: 533–546.
- Rzhanicyn, A. R. 1986. Build-up Bars and Plates. *Moskow, Stroiizdat*. (in Russian)
- Taguchi, Y-h. 1992. New Origin of a Convective Motion: Elastically Induced Convection in Granular Materials. *Physical Review Letters* 69(9): 1367–1370.
- Tavarez, F. A.; Plesha, M. E. 2007. Discrete Element Method for Modelling Solid and Particulate Materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 70(4): 379–404.
- Tepfers, R. 1980. Bond Stress Along Lapped Reinforcing Bars. *Magazine of Concrete Research* 32(112): 135–142.
- Tomas, J. 2004. Fundamentals of Powder Consolidation and Flow. *Granular Matter* 6(2–3): 75–86.
- Tomas, J. 2004. Fundamentals of Cohesive Powder Consolidation and Flow. *Granular Matter* (7): 75–87.
- Tomas, J. 2004. Product Design of Cohesive Powders - Mechanical Properties, Compression and Flow Behavior. *Chem. Eng. Technol.* 27(6): 1–14.
- Saatcioglu, M.; Alsiwat, J.; Ozcebe, G. 1992. Hysteretic Behavior of Anchorage Slip in R/C Members. *Journal of Structural Engineering* 118(9): 2439–2458.
- Salah, K.; Smail, H. 2005. Bond-Slip Analysis of Reinforced Concrete Members. *Revue Européenne de Génie Civil* 9(4): 509–521.
- Sezen, H.; Moehle, J. P. 2003. Bond-Slip Behavior of Reinforced Concrete Members. *Journal Proceedings*. 10 p.
- Vadluga, V.; Kačianauskas, R. 2007. Investigation of the Single-Spring Lattice Model in Simulation of 2D Solid Problems by DEM. *Journal of Mechanika* 5(67): 1392–1207, 5–13.

Van Mier, J. G. M.; Vervuurt, A. 1995. Lattice Model for Analysing Steel-Concrete Interface Behavior. *A.P.S. Selvadurai and M. J. Boulon (Ed.), Studies in Applied Mechanics* 42: 201–225.

Wei-ping, Z. 2011. Local Bond-Slip Numerical Simulation Based on ANSYS Contact Analysis. *International Conference on Electric Technology and Civil Engineering*. 438–441.

Wittel, F.K.; Kun, F.; Kröplin, B. H.; Herrmann, H.J. 2003. A Study Transverse Ply Cracking Using a Discrete Element Method. *Computational Materials Science* 28: 608–619.

Yankelevsky, D. 1985. New Finite Element for Bond-Slip Analysis. *Journal of Structural Engineering* 111(7): 1533–1542.

Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L. 2000. The Finite Element Method: Solid Mechanics. *Butterworth-Heinemann*. 482 p.

Zhu, H.; Chang, C. S.; Rish, J. W. 1996. Normal and Tangential Compliance for Conforming Binder Contact I: Elastic Binder. *International Journal of Solids and Structures* 33:4337–4349.

Zhu, H.; Nodes, J. E. 2000. Contact Based Analysis of Asphalt Pavement with the Effect of Aggregate Angularity. *Mechanics of Materials* 32:193–202.

Autoriaus mokslinių publikacijų disertacijos tema sąrašas

Straipsniai recenzuojamuose mokslo žurnaluose

Pilkavičius, S.; Kačianauskas, R.; Norkus, A. 2012. Investigation of Normal Contact Interaction Between Two Bonded Spherical Particles With Interface Layer. *Mechanika. Kaunas: Technologija* 18(6): 632–639.

Zabulionis, D.; Pilkavičius, S.; Kačianauskas, R.; Jasevičius, R. 2012. Influence of Bond Parameters on Deformation Behaviour of Reinforced Concrete Ties. *Scientific Research and Essays. Lagos: Academic Journals* 7(46): 1–12.

Straipsniai recenzuojamuose konferencijų darbų leidiniuose mokslo konferencijose

Kačianauskas, R.; Pilkavičius, S.; Rimša, V.; Rojek, J. 2013. Interaction of Particles Via Solid Interface: Model and Analysis. *III International Conference on Particle-based Methods – Fundamentals and Applications PARTICLES 2013*, rugsėjo 18–20 d., Stuttgart, Vokietija. 364–374.

Lukoševičienė, O.; Kačianauskas, R.; Pilkavičius, S. 2014. Simulation of random cracking of heterogeneous matrix reinforced by the ribbed bar. *12th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM)*, rugsėjo 22–28 d., Rodas, Graikija. (Priimtas spausdinti).

Summary in English

Introduction

Problem formulation

Structural materials applied in engineering practice are composed of components with different properties. One of the most widely applied inhomogeneous structures in the construction industry is the structure reinforced with bars, i. e., reinforced concrete. Mechanical properties of heterogeneous materials are determined by the properties of its constituent components. It can therefore be presumed that description of mechanical properties of particles with different sizes, shapes and properties, as well as their connecting medium and evaluation of other important parameters, is a theoretical and practical problem, which can be solved by applying theoretical and experimental methods. The experimental research of material structures and mechanical processes in these structures is expensive and poorly feasible. The alternative is a numerical modelling, which is cheaper and helpful in interpreting known experimental results to provide with new knowledge for the research of new material properties. Therefore, development of the innovative numerical methods is an essential and integral part of today's research.

Relevance of the thesis

With regard to macro structure, reinforced composites are nothing other than the two-component material consisting of reinforcement with enveloping concrete. Use of the reinforcement in concrete is justified by the increase in strength of tension zones, and the "common work" of these two materials must be ensured by the perfect bond. Obviously,

properties of the concrete in the bond-zone change regardless of the properties of entire structure. When applying modern manufacturing techniques and existing knowledge, one fails to predict, forecast and achieve a perfect bond between these materials, so that the actual (experimental) mechanical properties meet those designed.

Knowing that awareness of mechanical properties is particularly important to design and manufacture structures, etc., we can state that modelling of the properties influencing mechanical behaviour of materials is a very pressing issue.

Traditionally, investigations of mechanical properties are conducted based on the theoretical models in deformable body and construction mechanics which are numerically solved using FEM. Recent studies have shown that very important processes in engineering practice reveal at the micro level, and the disclosure of these phenomena requires a new research. Therefore, the disclosure of micro properties and phenomena based on macro research methodologies and obtained results, and by applying the latest computation methods is the topical issue of today.

Object of the research

The doctoral thesis examines heterogeneous material structure reinforced with rebar.

Aim of the thesis

The main aim of the thesis is to investigate the mechanical behaviour of the bond between heterogeneous structure and reinforcement under the tension from the macroscopic and microscopic point of view.

Tasks of thesis

The following tasks need to be addressed to achieve the aim of the thesis:

1. Perform a literature review on the material models and methods used for bond modelling.
2. Develop the task of mechanical state of concrete under tension reinforced with bar from the macroscopic point of view and analytically investigate its deformation and cracking.
3. Evaluate the suitability of the analytical model using FEM.
4. Compose and investigate interaction between two spherical particles by estimating particles connecting interface layer to create a discrete model of heterogeneous structure at micro level.
5. Using developed discrete model, investigate deformation and cracking of the bond of heterogeneous structure reinforced with bar under tension.

Research methodology

The analytical method developed using theory of build-up bars is used to conduct the macroscopic research of mechanical state under tension. Numerical FEM is applied to validate the analytical model.

The model of interaction between two spherical particles estimating interface layer that connects these particles is developed and investigated analytically and numerically for the research at micro level in order to develop a heterogeneous structure discrete

model. The latter is used to develop a specific DEM software and to investigate deformation and cracking of the bond of heterogeneous structure reinforced by bar under tension.

Scientific novelty of the thesis

1. Analytical model of tensioned concrete reinforced with bar developed, investigated and validated using FEM.
2. Interaction of two spherical particles mathematically described and investigated by estimating particles connecting interface layer.
3. Discrete model for the heterogeneous structure discretisation developed.
4. Deformation and cracking of the bond of heterogeneous structure with the reinforcement investigated applying discrete model.

Practical value of research findings

Analytical calculation method for analysis of the concrete reinforced with bar at macro level developed and proposed.

Using developed interaction model of two spherical particles, specific DEM software developed for the analysis of the mechanical state of the bond of heterogeneous structure with rebar under tension from microscopic point of view.

The research conducted for this thesis has a practical importance and can be most helpful in practice, and proposed methods can be adapted to model other heterogeneous composite structures at different levels.

Statements to be defended

1. Based on certain assumptions, the developed analytical method can be applied to analyse mechanical state of cracking concrete element reinforced with bar under tension at macroscopic level.
2. Interaction model of two spherical particles developed by estimating connecting interface layer of particles allows discretisation of various heterogeneous structures.
3. Using interface model, specific DEM software developed which allows explaining mechanism of microscopic cracking model formation at macro level.

Approval of research findings

The dissertation topic was discussed in three articles published in peer-reviewed scientific papers, one more was approved for publication. The list of author publications is given on page 117.

Ten presentations on the dissertation topic were delivered at the national and international conferences:

- Pilkavičius, S., Kačianauskas, R. 2011. Investigation of the normal contact of two bonded spherical particles using FEM. XIX Lithuania Computational Mechanics Seminar, Vilnius, Lithuania, 15 April 2011.

- Pilkaivičius, S., Kačianauskas, R. 2011. Influence of material interface between two contacting spherical particles. International Conference on Optimization and Analysis of Structures (OAS 2011), Tartu, Estonia, 25–27 August 2011.
- Pilkaivičius, S., Kačianauskas, R. 2012. Modelling of the bond between reinforcement and concrete in centrically tensioned reinforced concrete element. IInd Conference of Young Scientists: Interdisciplinary Studies Between Physical and Technological Sciences, Vilnius, Lithuania, 14 February 2012.
- Pilkaivičius, S., Kačianauskas, R. 2012. Modelling of bond between reinforcing bar and concrete in centrically tensioned RC element. 17th International Conference “Mechanika – 2012“, Kaunas, Lithuania, 12–13 April 2012.
- Pilkaivičius, S., Kačianauskas, R. 2012. Analytical and numerical study of the bond between reinforcement and concrete in centrically tensioned reinforced concrete element. XX Lithuania Computational Mechanics Seminar, Vilnius, Lithuania, 20 April 2012.
- Pilkaivičius, S., Rimša, V., Kačianauskas, R., Rojek, J. 2012. Investigation of the normal contact between two spherical particles with interface material. 38th International Conference SolMech-2012, Warsaw, Poland, 27–31 August 2012.
- Pilkaivičius, S., Kačianauskas, R. 2013. Creation of centrically tensioned RC model using DEM concept. XXI Lithuania Computational Mechanics Seminar, Vilnius, Lithuania, 26 April 2013.
- Kačianauskas, R., Pilkaivičius, S., Rimša, V., Rojek, J. 2013. Interaction of particles via solid interface: model and analysis. III International Conference on Particle-based Methods. Fundamentals and Applications (Particles 2013), Stuttgart, Germany, 18–20 September 2013.
- Lukoševičienė, O., Kačianauskas, R., Pilkaivičius, S. 2014. Simulation of random cracking of heterogeneous matrix reinforced by the ribbed bar. 12th International Conference Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM), Rhodes, Greece, 22–28 September 2014.

Structure of the thesis

The thesis consists of an introduction, three main sections, summary of results, references and the list of the author's publications on the subject of the thesis.

The volume of the thesis is 117 pages, excluding summary in English and annexes; the text of the thesis contains 80 formulas, 59 figures and 3 tables.

1. Review of the applied materials models and simulation methods

Analysė of the bond between reinforcement and concrete was initiated around 1960. Most of the studies conducted during the period from 1960 to 1970 were experimental with specimens exposed only to a monotonic load. Analysė of the bond in RC elements exposed to cyclic load initiated around 1980. A number of parameters influencing the bond between reinforcement and concrete led to a fairly precise bond-slip and stress de-

dependencies. Based on well-established theoretical grounds, the first analytical models, partially suitable for examination of bond behaviour, were developed around 1980. Cylindrical or prismatic concrete specimens with bars incorporated along longitudinal central axis were used for the simplest pull-out test on rebars embedded in concrete. Some scholars (Morita and Fujii 1985; Nammur and Naaman 1989; Edward and Yannopoulos 1979) believed that particular dependencies were caused by different material properties independently of the location. They also believed that there is a relationship between bond and slip which depends only on material properties and geometry of reinforcement.

Developers of numerical methods provided and published a number of different analytical bond calculation models. One of the most widely applied slip model was proposed by the authors Ciampi *et al.* (1982) and Eligehausen *et al.* (1983). Certainly, many other researchers also have developed analytical and numerical models describing the behaviour of slip and bond stress distribution in RC elements (Tepfers (1980); Clément (1987); Alsiwat and Saatcioglu (1992); Saatcioglu *et al.* (1992); Focacci *et al.* (2000); Kwak and Kim (2001); Kwak and Song (2001); Ben Romdhane and Ulm (2002); Sezen and Moehle (2003); Dominguez *et al.* (2005), Salah and Smail (2005)).

FEM was first published more than 40 years ago, and the concept has been developed through the works of such authors as R. Kurant, Mak Genri, M. D. Turner, R. B. Klaf, G. S. Martin, etc. The principle of the method can be explained by partitioning of a certain body using FE. However, FEM application possibilities to model reinforcement and concrete bond zone are still quite limited. First attempts to simulate bond between rebar and concrete by FEM was introduced by authors Ngo and Scordelis (1967), Bresler and Bertero (1968) and Nilson (1968). The bond was modeled using linear and nonlinear springs or introducing additional layer between reinforcement and concrete with specific properties. First obtained calculation results were published in ASCE report (1982). The first steps in bond modelling have opened great possibilities to others (Model code 1990 (1993); RILEM Technical Committee (2001); Khalfallah and Ouchenane (2007); Chang *et al.* (2010); Wei-ping (2011); Casanova *et al.* (2012); Pothisiri and Panedpojaman (2012)).

DEM proposed by Cundall and Strack (1979) is one of the main methods used to model the granular materials or their compounds. This method allows simulation of systems of various complexities using only the basic data on individual particles without any preconceived simplification of the system as a whole. This distinguishes the DEM from other common continuum mechanic methods such as FSM, FEM, or BEM. DEM can be applied to describe the different continuum tasks on different scales: from nano- to macroscopic scale. Various particle interaction models are reviewed in the articles written by Kruggel-Emden *et al.* (2007), (2008), Tomas (2004), Rojek *et al.* (2011), (2012), (2014), Kačianauskas *et al.* (2010), (2014), Belevičius *et al.* (2011), Maknickas *et al.* (2006), Markauskas *et al.* (2010), Jiang *et al.* (2005), (2006), etc.

Following the literature review on models of reinforcement steel and concrete materials, their behaviour, interaction and application of various methods to model the two-component structure, can be said that the rapid progress in computer technology and the need for new models allowed improving calculation methods used to model materials behaviour. Over the past two decades, material modelling is carried out at macro-, meso- and micro levels. Therefore, development of interaction models between materials al-

lows combining tools of continuum and computational mechanics with materials sciences. Difficulties arise in performing analytical analysis of behaviour of different materials and their interaction, as well as in describing ongoing processes due to simplifying assumptions that significantly influence calculation results. Therefore, it is first necessary to set out and solve the task of bond mechanical behaviour under tension at macro level, to evaluate the adequacy of analytical method and to analyse the results obtained.

Micromechanical methods such as numerical DEM can be applied to carry out wide range fracture tasks, however, particles interaction models should be developed and applied to realize this method. When developing discrete model used to describe the heterogeneous structure at micro level, it is important to create and test particles interaction by evaluating the bond between two particles. If appropriate particles interaction model is developed, the latter method can be applied for the examination of theoretical and technological problems of both homogeneous and heterogeneous structures.

Some problems encountered in using DE method to model the heterogeneous deformable bodies. There is no any unified discretisation methodology which allows describing the behaviour of heterogeneous structures. Thus, following application of discrete model developed for discretisation of heterogeneous structure, it is necessary to investigate deformation and cracking of the bond between rebar and concrete under tension.

2. Analytical and finite element methods studies of interaction between reinforcement and concrete

Cylinder or prism shape concrete specimens were used with centrally and longitudinally embedded rebar into concrete to carry out experimental and numerical analysis of interaction between reinforcement and concrete. Under this study, tension force was added to opposite ends of rebar. Thus, occurring bond (shear) stresses act along interface zone of rebar over surface area between rebar and concrete. Thus, in this section, the task of concrete prism reinforced with bar under tension from macroscopic point of view and analytically was formulated, and deformation and cracking of this model by FEM was investigated.

The second-order non-linear differential equations describing reinforcement and concrete bond lack the exact solution. Therefore, numerical solutions of the equation were obtained by applying the semi-analytical methods (Holmyanskii 1981, 1997; Russo and Pauletta 2006). Other non-linear differential equations, used to analyse and describe the bond between reinforcement and concrete, were obtained from shear forces acting between the different layers of structure (Rzhanicyn 1986). This method referred to as force increment method. Differential equations were derived for the layered structures, i.e. build up bars, but can be applied to examine the bond interaction between reinforcement and concrete.

Thus, taking into account discussed studies and using the build-up bars model proposed by Rzhanicyn (1986) behaviour and cracking of centrically tensioned, squared cross-section RC element is analysed. Geometry and loading conditions of the examined

RC element are illustrated schematically in Figure S2.1a. RC element is loaded centrally by tensile force N_s^0 by adding at free ends of rebar.

When the build-up bars theory is applied to analyse the model, the following assumptions are taken into account:

1. Concrete and reinforcement are isotropic and homogeneous materials in entire volume.
2. Concrete and reinforcement behaviour is perfectly elastic, and Hooke's law is satisfied.
3. Only axial tension forces arise in RC element under tension.
4. The relationship between tangential stress and slip is linear.
5. Bond stresses between reinforcement and concrete are evenly distributed along the surface of reinforcement bar.
6. Plane section hypothesis applies separately to concrete and reinforcement.

According to build-up bars model by Rzhaničyn (1986), differential equation of the total shear force $T(x)$, arising in the reinforcement and concrete bond zone, is:

$$\frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial^2 T(x)}{\partial x^2} = \gamma T(x) + \Delta, \quad (S1)$$

here ξ is stiffness of the bond between reinforcement and concrete, Δ is difference between reinforcement and concrete deformation caused by external loading and shrinkage deformations that are calculated according to (S3) expression, and γ means compliance of RC element:

$$\gamma = \frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c}, \quad (S2)$$

In equation (S1), the relevant difference of the deformation Δ is as follows:

$$\Delta = -\frac{N_s^0}{E_s A_s} + \frac{N_c^0}{E_c A_c} - \varepsilon_{sh}, \quad (S3)$$

here N_s^0 and N_c^0 mean external axial forces, ε_{sh} means shrinkage deformation of concrete.

The general solution of the (S1) equation was given by Polyanin and Zaitsev (2002):

$$T(x) = C_1 \cdot \sinh(\lambda x) + C_2 \cdot \cosh(\lambda x) - \frac{\Delta}{\gamma}, \quad (S4)$$

here $\lambda = \sqrt{\xi \cdot \Delta}$, C_1 and C_2 integration constants that depend on the boundary conditions.

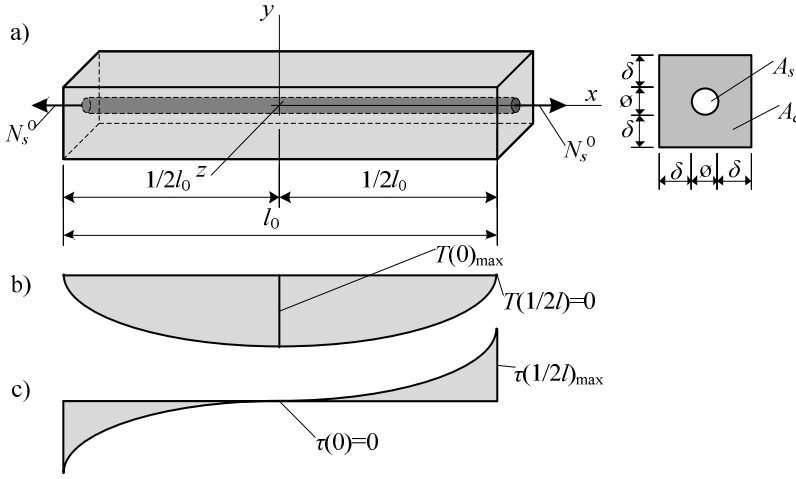


Fig. S2.1. Analysed RC element: (a) tensioned RC element and its cross-section; (b) distribution of total shear force $T(x)$; (c) distribution of shear force per unit length $\tau(x)$

Then normal stresses in reinforcement and concrete are calculated as follows:

$$\sigma_s(x) = \frac{(N_s^0 - T(x))}{A_s}, \quad (S5)$$

$$\sigma_c(x) = \frac{(N_c^0 + T(x))}{A_c}. \quad (S6)$$

In these expressions, negative sign of stresses indicate compression with positive indicating tension.

Cracking of RC element is considered based on the concrete fracture criterion $\sigma_c = f_{cm}$, where f_{cm} indicates tensile strength of concrete. Theoretically, the crack opens immediately through the entire cross-section. The first crack appears in the centre cross-section of the RC element dividing it into two parts. Other cracks develop similarly: once the tensile strength of the concrete is obtained, new cracks appear in the center of the formed parts (Fig. S2.2).

Then, relationship between the number of new cracks and the total number of cracks at cracking stage k :

$$R(k) = \frac{n_{crc,new,k}}{n_{crc,k}} = \frac{2^{k-1}}{2^k - 1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2(2^k - 1)}. \quad (S7)$$

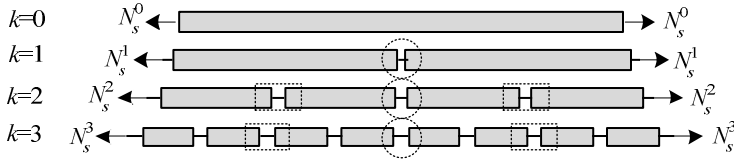


Fig. S2.2. Schematic view of reinforced concrete bar cracking at different stages k

When the RC element is tensioned, first crack opens at $\sigma_c = f_{ctm}$. When the appropriate expressions are added, expression of tensile axial force at which the RC element starts cracking is obtained:

$$N_{s,cr}^0 = E_s A_s \left(\frac{f_{ctm} A_c \gamma}{1 - \eta} - \varepsilon_{sh} \right). \quad (S8)$$

Elongation of the cracked RC element consist of all parts elongations and is equal to the sum of elongations. If the RC element is divided into $n_{blc,k}$ blocks, the total elongation of reinforcement is:

$$\Delta l_s = \left(\sum_{l=1}^{n_{blc,k}} \Delta l_{s,l} \right) - \Delta l_{s,0}, \quad (S9)$$

here

$$\Delta l_{s,0} = \frac{1}{E_s A_s} \frac{-\varepsilon_{sh}}{\gamma} \left(l_0 - \frac{2}{\lambda} \tanh \left(\frac{1}{2} \lambda l_0 \right) \right). \quad (S10)$$

Let us consider the effect of initial length l_0 of tensioned RC element, shrinkage strains ε_{sh} of concrete and stiffness of the bond between reinforcement and concrete (or value of the multiplier β). Thus, in the beginning, $N_{s0}-\varepsilon_s$ curves obtained through the experimental and analytical studies need to be analysed based on bond stiffness ζ (Fig. S2.3). The analysis shall include the type of RC element under tension (3) (Table 2.2).

Experimental curve (Fig. S2.3) is drawn schematically on the basis of experimental studies by Elfgrén and Noghabai (2001), therefore, this curve shows only a general character of behaviour of the RC element under tension. The part of the curve between points A and F is the first crack formation phase involving 5 cracking stages. The part between points G and H is the second crack formation phase involving only 6th cracking stage. Meanwhile, experimental curve has only one experimental crack formation phase between points A* and B*. However, a quite good agreement between calculated and experimental cracking phases is obtained. Therefore, we can conclude that analytically calculated cracking phases can be considered appropriate. The proposed model is suitable to predict relationship between the force and elongation of the centrally tensioned RC element. If stiffness of the bond ζ or multiplier β increases, the number of cracking stages k reduces significantly at the first cracking phase. $N_s^0-\varepsilon_s$ curves obtained at differ-

ent layer thicknesses δ of rebar enveloped by concrete are quite close to the experimental curves by Elfgrén and Noghabai (2001) (Fig. S2.4).

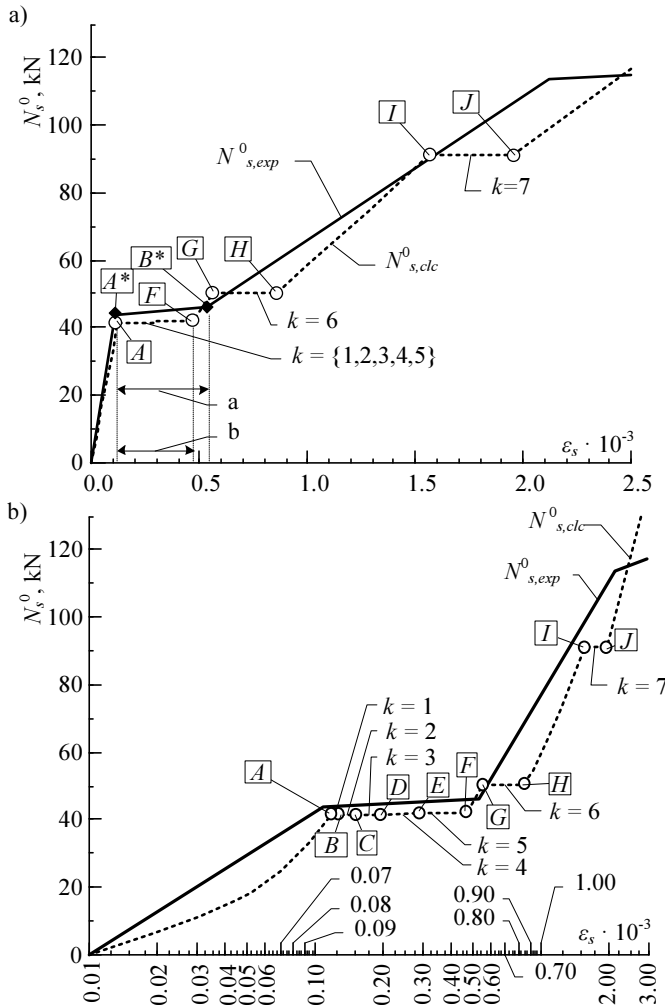


Fig. S2.3. Illustration of analytical model: the relationship between tensile force and relative strains, the type of reinforced concrete element (3): (a) linear scale; (b) semi-logarithmic scale

In all graphs, as discussed above, analytical study results are not fully consistent with experimental results, because simplifications influencing bonding behaviour between rebar and enveloping concrete were applied. However, parameter analysis allows us to examine the bond between reinforcement bar and concrete and to draw some conclusions.

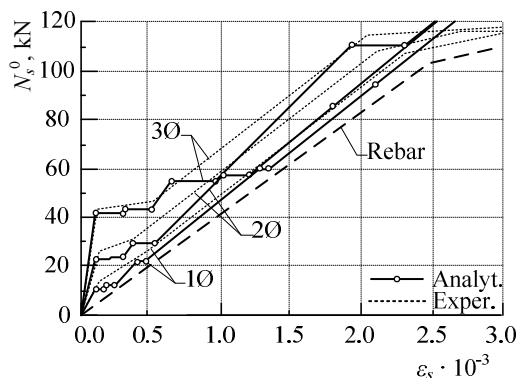


Fig. S2.4. Comparison of analytical and experimental (Elfgren and Noghabai (2001)) results. Relationship between axial force and relative strains

The FEM analysis was performed when carrying out analytical model validation. The analysed task is illustrated in Fig. S2.1. Given the formulation and symmetric state in all axes of the model, the FE model was simplified and eighth part of it was taken into the calculations. Tensioned force for the RC element transmitted to the free end of the reinforcement bar.

Distribution of normal stresses showed that maximum concentration of the stresses occurs at the element support throughout the cross-section height of the RC element. Taking into account the strength of the tensioned concrete, the other cracks were modeled respectively and calculations of the RC element were continuing. Results of the calculations carried out in this iterative way were illustrated graphically based on the relationship between reinforcement axial force and relative strains and depicted by solid lines in Fig. S2.5, as well as compared to the experimental studies results by Elfgren and Noghabai (2001) (dotted curves). The curves obtained through calculations are quite close to the experimental curves and sufficiently well reflect behaviour process of the whole RC element under tension.

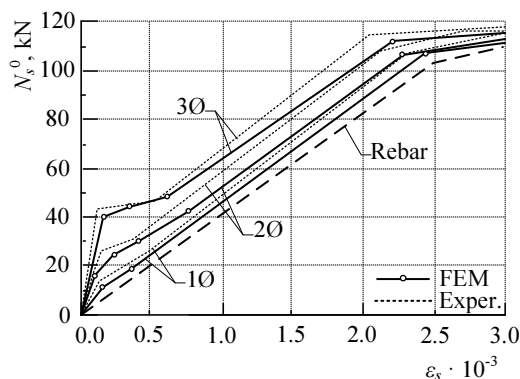


Fig. S2.5. Comparison of numerical results of the FE (FEM) spring model and experimental results. Relationship between axial force and relative strains

The calculation results obtained do not fully comply with results of physical experimental studies, because these numerical FE studies evaluate selected effects rather than each effect that influences bonding behaviour between rebar and concrete. However, analysis of these parameters performed allows taking into account the individual effects and draw some conclusions.

So, the analysis of tensioned RC element performed showed that the linear approximation of the stress-slip relationship of the bond obtained by minimizing the maximal relative difference with respect to experimental results presented in literature could be applied to the analysis of mechanical state of cracked RC element under tension. However, under the proposed analytical calculation technique, the number of cracks is too high in comparison with EN 1992-1-1, therefore, the number of cracks calculated using obtained values of stiffness by minimizing the relative ratio of the RC element elongation in a certain interval can be considered fictitious. Following the comparison of obtained analytical results with experimental studies results by Elfgren and Noghabai (2001), we can conclude that proposed analytical model does not provide sufficient accuracy due to theoretical assumption that simplify the task; however this accuracy is sufficient to reflect the whole process of behaviour of tensioned RC element. Thus, the model proposed facilitates calculation of tensioned RC element elongation and cracking. The comparison of numerical results with experimental studies results by Elfgren and Noghabai (2001), conducted at the final FEM modelling stage, showed that the numerically obtained dependencies between axial force and relative strains are not fully consistent with the results of physical experimental studies, therefore, numerical FE studies evaluate those effects that are allowed to be assessed by this method. The complete process of RC element behaviour under tension confirms the adequacy of analytical model.

3. Application of the particles interaction model for modelling bond between rebar and concrete

This section describes evaluation methodology of new and original normal interaction between two filler grains and their bonding matrix, intended for the wider range of the elasticity modulus ratio between particles and bonding matrix. It also describes normal interaction model by Potyondy, Cundall (2004) and proposed improvements to this model by applying it to simulate the concrete. It is also important to mention that specific DEM software was used to carry out the analysis of plane and axially symmetric deformation and cracking of heterogeneous structure reinforced by bar under tension.

Heterogeneous concrete structure is composed of finite number n of the same size and shape spherical particles, which are connected by interface layer (Fig. S3.1). To describe the behaviour of this continuum that is designed as a structural network two tier modelling concept was proposed. Thus, heterogeneous body can be approximated by the plane or three-dimensional network structure, where particles appear at the bar intersection nodes (Fig. S3.1a). Therefore, two spherical particles interact together directly via a conditional interface member (Fig. S3.1b), which consist of certain volume of the whole system. The one-dimensional spring is SE which connects geometrical centers of the

particles and undertakes only axial force of normal interaction F_n (Fig. S3.1d). These SE are characterized by their length and axial stiffness based on the geometry and cross-sectional areas of individual parts of the system. For the sake of convenience, a three spring system is replaced by one spring with stiffness K_s (Fig. S3.1d).

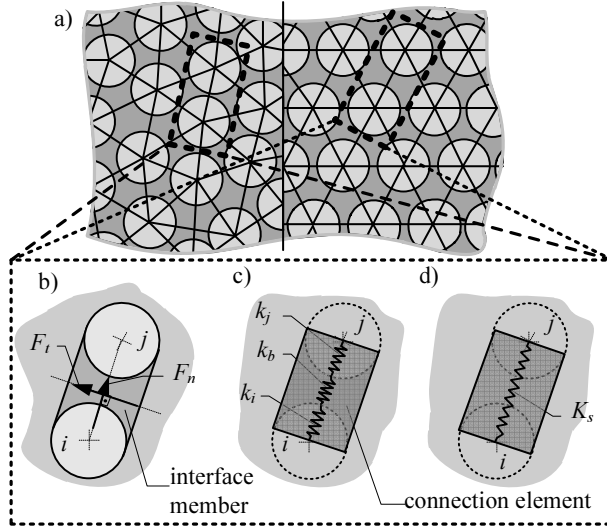


Fig. S3.1. Idea of discrete model development: (a) general view of discrete model of 2D continuum consisting of particles and their connecting matrix – irregular and regular lattice; (b) general interaction model of two bonded spherical particles; (c) and (d) the springs that correspond to the spheres, interface member and general spring element

The proposed methodology and analysis is based on the following assumptions:

- Particle shape is sphere.
- Particles are identical, i. e. of the same size and properties.
- The radius of the interface layer cross-section is the same as particles.
- Bond between surfaces of particles and interface layer is absolutely perfect.
- Hook's law applies to the spring elements describing particles and interface layer.
- SE takes only axial forces, i.e. no shear forces, bending or torsion moments are taken into account.

Thus, the dynamical behaviour and deformation of the continuum was described by Newton's second law and calculated by integrating the system of ordinary differential motion equations.

We assume that connecting volume is cylindrical with circular cross-section, while contact surfaces between spherical particles and the interface member are concave based on surfaces of spheres. If we assume that the halves of the particles i and j (Fig. S3.1c) contacting through the interface layer are modeled as SE with the stiffness k_i and k_j , and sequential connecting interface layer has stiffness k_b , then the total equivalent stiffness of the spring K_s (Fig. S3.1d) is determined as follows:

$$K_s = \frac{k_i k_j k_b}{k_i k_b + k_i k_j + k_j k_b}. \quad (S13)$$

Following the integration of sphere volume, we obtain the total stiffness of the half spherical particle, which is equal to:

$$k_i = 2\pi \frac{E_i}{1 - \nu_i^2} R_i. \quad (S14)$$

It is evident that stiffness of the particle j equals $k_j = 2\pi E_j R_j / (1 - \nu_j^2)$ if previously described assumptions apply.

Following the integration in the interface volume, we obtain the total stiffness of the interface member, which is equal to:

$$k_b = \pi \frac{E_b}{1 - \nu_b^2} \left(\left(\frac{L_c}{4} + \frac{R_b}{2} \right) \ln \left(\frac{(L_c + 2R_b)^2}{L_c^2} \right) - R_b \right). \quad (S15)$$

Material properties of each spherical particle and interface member are considered as linearly elastic and isotropic. The properties of these individual components are defined by the modulus of elasticity E_i , E_j and E_b , and Poisson's ratio ν_i , ν_j and ν_b , respectively.

The main shortcoming of the model by Potyondy and Cundall (2004) is that particles are in contact (have the common contact point) in the initial point of time. Practice shows that grains of the filler (particles) in a real material, composed of the main filler and connecting matrix, interact through the interface layer of finite length. Therefore Pilkavičius *et al.* (2012) proposed improved model of contacting spherical particles via the interface layer of finite length by Potyondy and Cundall (2004). The improvement was achieved by entering additional interface layer of finite length which is described by additional sequential SE.

Following the numerical analysis, we can state that normal contact model by Potyondy and Cundall (2004) is more suitable when $E_p/E_b \leq 1.0$ and $R_b/R_p > 0.5$. More detailed numerical model analysis was conducted in a relatively large range of variations of the elasticity modulus E_p/E_b from 1 to 10000. It should be noted that the stiffness k_b of the parallel part of interface member is practically independent from the thickness of interface layer L_c . Looking at the other side, if thickness L_c of interface layer decreases, the stiffness of sequential part of the interface member k_c becomes dominant; if thickness L_c of interface layer increases, the k_c influence decreases.

When $E_p/E_b > 10$, newly developed and proposed model quite closely coincide with the FEM results. The maximum difference between the models amounts to 10%. Meanwhile, the difference between the modified model by Potyondy and Cundall (2004) and resultant stiffness obtained by FEM at different E_p/E_b ratio increases considerably, if stiffness of interface layer weakens.

So, the computational model used to investigate micromechanical tensioned RC element is identical to the one in Fig. S2.1. The geometry of the DE model is defined by

the main parameters such as radii of the particles R_i and R_j , where $R_p = R_i = R_j$, and distance between spherical particles surfaces L_c . The distance between the centers of spherical particles is equal to $2R_p + L_c$. Computational scheme applied for the all axes symmetric boundary conditions is simplified using the one-eighth part of the model (Fig. S3.2). Knowing that one-dimensional SE consist of two half particles which radii equal to $R_p = 0.175$ mm and $L_c = 0.05$ mm, we assume that distance between particles centers is $2R_p + L_c = 0.4$ mm. The length of the one-eighth part of the model is equal to $l_0 = 480$ mm, radius of the reinforcement bar $r = 8$ mm and thickness of surrounding concrete layer $h = 2r + a = 26$ mm, where $a = 2r / 1.63$ mm evaluates the squared cross-section (Fig. S3.2). During numerical experiment, the displacement was transferred to the analysed element through the free end nodes of the reinforcement bar (Fig. S3.2b).

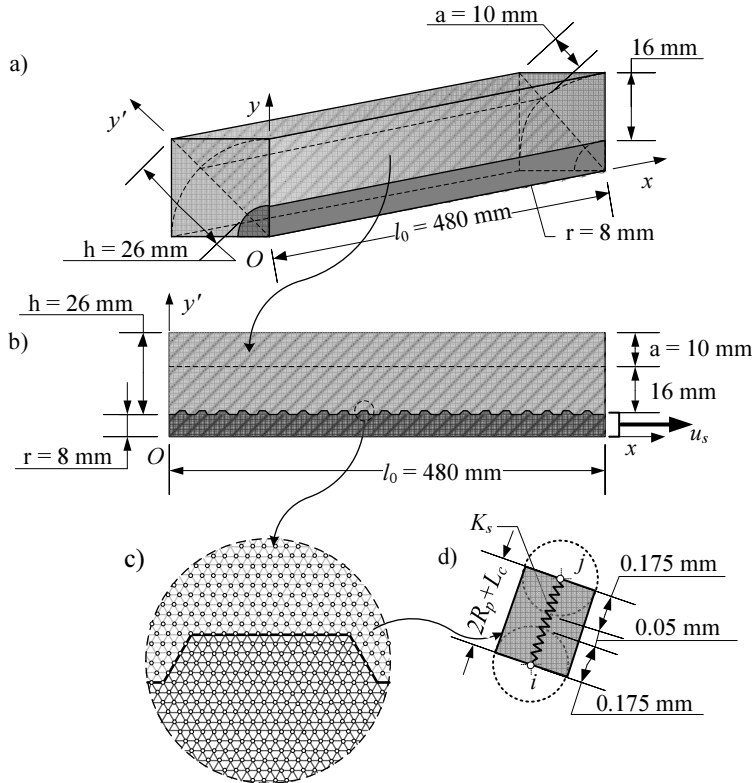


Fig. S3.2. The DE model calculation scheme: (a) the eight part of the RC element; (b) the projection in axis y' ; (c) model approximation by bars; (d) one-dimensional SE approximation

Assuming that elasticity modulus and Poisson's ratio of the concrete filler (in this case granite) is, respectively, $E_p = 40$ GPa and $\nu_p = 0$, and of connecting interface member (in this case cement stone) is, respectively, $E_b = 2.92$ GPa, $\nu_b = 0$, we obtain that the total stiffness of the system of two particles and interface member is equal to $K_s = 2.01$ MN/m, while the average modulus of elasticity $E_c = 8.35$ GPa; one-

dimensional SE of the steel part $E_s = 25$ GPa, while the Poisson's ratio $\nu_s = 0.05$. Shrinkage deformations of the concrete in this model are not addressed.

The one-eight part of the total planar RC element consists of 355,297 SE of equal length, 74,597 of which belong to reinforcement bar and 280,700 to concrete. All these SE are connected by nodes with ends dependant from the hypothetical spherical particles of equal size and shape. The system has 118,949 nodes, 25,379 of which belong to reinforcement bar and 93,570 to concrete.

Specific software was developed based on the DEM concept to analyse the problem. This application has a quite convenient and user friendly environment. The fracture modelling is provided with the fracture condition. The concrete fracture starts once the limit of concrete tension or shear stresses in local zones, as well as of compression stresses at a later stage, is exceeded. Fracture criterion calculation procedure was applied on the basis of the authors Tavaréz ir Plesha (2007), where two basic constants, i.e. stiffness and fracture term of SE connecting two nodes, are used.

Following the identification of required SE constants and a fracture criterion, after the various cases (heterogeneity using the Gaussian distribution, zones with increased stiffness, zones with reduced stiffness) of the local micromechanical model analysis, dynamic calculations of the global micromechanical model (Fig. S3.2b) were carried out. The calculation results were presented graphically (Fig. S3.3a) based on the relationship between the axial force N_s^0 in the reinforcement bar and elongation Δl_s . Cracked view of the global micromechanical model was also illustrated at the final calculation stage (Fig. S3.3b). Red (tensioned) and green (compressed) colours represent SE, which deformations exceed 20 % of the critical limit of deformations ε_n^{crit} ($\varepsilon_n > 0.2 \varepsilon_n^{crit}$).

The Fig. S3.3a shows that cracking of the RC element starts once the value of 5 kN is reached. The first crack is formed in place where the highest shear stresses occur, i.e. in the reinforcement bar and concrete bonding zone at the end of the member, where the tensioned displacement is added. Cracking of the RC element usually occurs at the diagonal edges of the ribs, where axial force in the reinforcement bar N_s^0 varies from 5 to 20 kN, and gradually reaches the external part of the RC element if the force increases (Fig. S3.3b). Numerical studies also revealed that the RC element continues cracking if axial force in the reinforcement bar increases, however, the curve reflects only some cracking consequences, because the smaller cracks formed have little impact on the total stiffness of the RC element. The cracking consequences having a greater impact on the total stiffness of the RC element are reflected in the curve at 60-65 kN limit. As it can be seen, the dominating cracks at the free end of the RC element form about 45° angle with the RC element longitudinal axis, while the angle of dominant cracks at the RC element vertical symmetry cross-section (left support) with the RC element longitudinal axis changes to the 135°. This character of cracks spreading is close to the one in the real samples in comparison to the results of experimental studies by Elfgrén and Noghabai (2001). The graphical comparison of the results of the analytical, numerical FEM, DEM and experimental studies is illustrated in Fig. S3.4.

The graphical comparison of the calculation results (Fig. S3.4) shows that obtained numerical DEM results are much closer to the results of experimental studies by Elfgrén, Noghabai (2001) rather than the ones of the analytical and numerical FE methods. We can assert that performed numerical studies and obtained results using DEM sufficiently

well reflect deformation and cracking of the tensioned RC element, therefore, a new DE can be used for the behaviour analysis of the tensioned RC element.

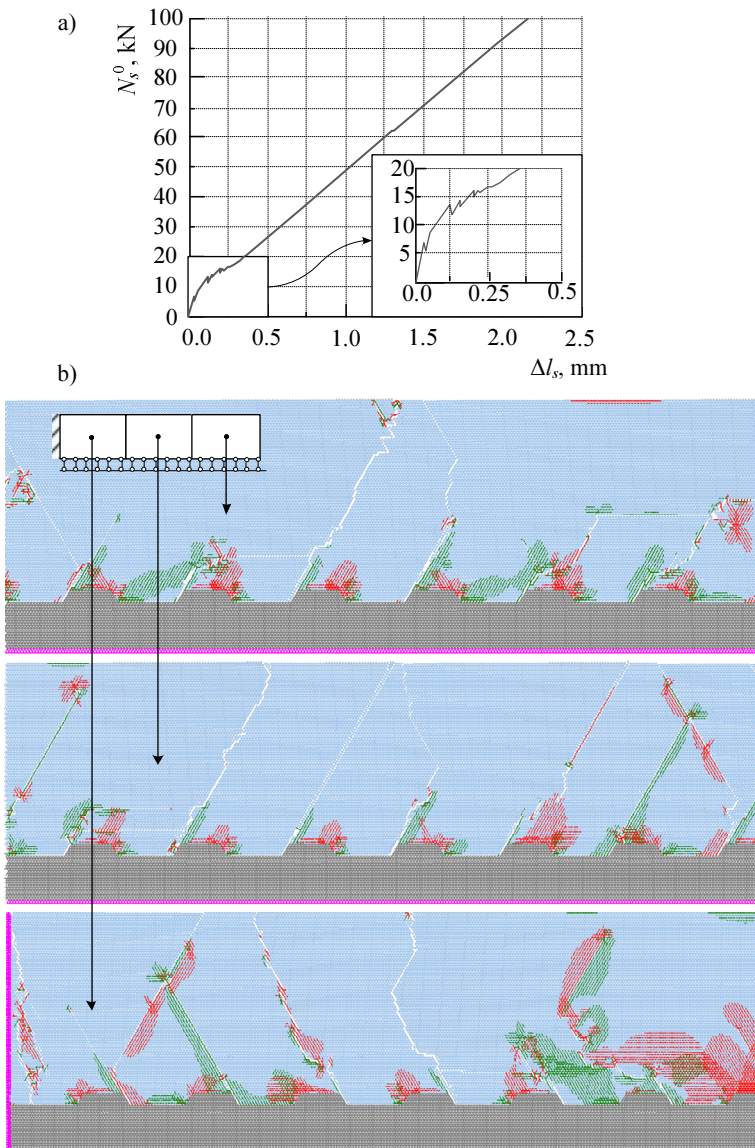


Fig. S3.3. Analysis of global micromechanical model: (a) dependence of axial force in reinforced bar and elongation; (b) view of the cracked model at the last stage of calculation

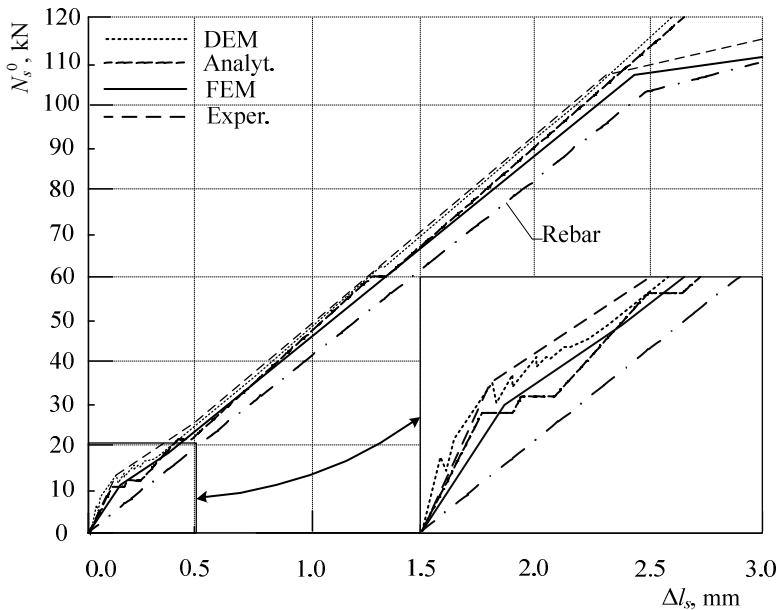


Fig. S3.4. Comparison of the results of analytical, numerical and experimental studies (Elfgren, Noghabai (2001)). Relationship between axial force in reinforcement bar and elongation

Based on the performed numerical analysis can be stated that the particles interaction model, which excludes the effect of the interface layer of finite length, proposed by Potyondy and Cundall (2004) gives the bigger total stiffness, because the interface layer volume overlaps with the one of the spherical particles, therefore, is evaluated twice. The proposed interaction model is suitable for the evaluation of contact with interface, where the interface layer is relatively strong ($E_p/E_b \leq 1.0$). If the interface layer is weaker, this model can be applied only for the interaction through thick bonds with the higher radii ($R_b/R_p > 0.6$). This model fails for the cases with relatively weaker and slender interface bonds.

Specialised DEM software designed for the analysis of the bond mechanical behaviour between reinforcement and concrete in the axially symmetric RC element allows evaluating concepts of material heterogeneity and analyse trends of cracks spreading. The analysis of the local and global micromechanical models shows that the first crack is formed in the place where the highest shear stresses occur, i. e. in the reinforcement bar and concrete bonding zone at the free end of the reinforcement. Increasing axial force in the reinforcement, local and global models leads to cracking at the diagonal edges of the ribs until cracks gradually reach the external part of the RC element.

General conclusions

Following the analysis of tensioned RC element behaviour in the bonding zone of reinforcement bar and concrete using macro- and microscopic models, the following general conclusions can be drawn:

1. Following the overview of analytical and numerical modelling methods applied to the continual structures, designed for bond modelling between the reinforcement bar and concrete, it was identified that analytical methods apply only for macroscopic problems due to task simplifying assumptions. Although FEM is a time-tested method, it has a number of limitations and is not adapted to microscopic fracture tasks; therefore, mostly the numerical DEM method, which includes examination of both homogeneous and heterogeneous structure cracking problems, is applied.
2. Following the formulation and analytical examination of the problem of the rebar and concrete bond mechanical behaviour, we can state that proposed analytical model can be used to evaluate deformation behaviour of the cracking RC member under tension. However, the number of the cracks is too high in comparison with EN 1992-1-1.
3. Following the numerical analysis of the rebar and concrete bond mechanical behaviour using FEM, it was noted that application of this method for the analysis of microscopic phenomena (random cracking, splitting and crushing of the concrete at the ribs, etc.) influencing deformation and cracking of the tensioned RC element would require too narrow discretisation of the fracture zone and would exceed the limits of practical possibilities. Nevertheless, the comparison of numerical and experimental results shows that the relationships obtained between axial force and elongation of reinforcement are close, however, the numerical studies are idealised and fracture character of the RC element does not reflect the reality.
4. A new normal interaction discrete model between spherical particles was developed to describe heterogeneous media by DEM. The suitability test based on the numerical analysis shows that if the interface layer weakens, both geometrical and mechanical properties of the interface layer play a crucial role. The outcome to within an accuracy of 10% shows that this model can be used to assess the interface layer with even 10,000 times lower elasticity modulus.
5. The integral model idea of particles interaction via interface layer extended using traditional DE model between two spherical particles. The new DE is suitable for modelling mechanical behaviour of the bond between reinforcement bar and concrete, and evaluation of the interface layer between filler particles is necessary. If solution adjustment is required, the evaluation of both the compression and tension of the interface layer and its shear and bending is crucial.
6. The developed interaction model and its DE are implemented into specific DEM software, which allows performing deformation analysis of the examined

object, evaluating desired concepts of the material heterogeneity, and analysing trends of the cracks spreading.

7. Following the examination of the bond interaction between reinforcement and concrete using DEM, the cracks spread character obtained by examining both the local and the global models at different mechanical properties of the cracking material is similar to the cracks spread in the real sample. During the cracking of the RC element, the angle of the curve inclination of axial force and elongation decreases due to decrease of the total stiffness of the RC element.
8. The numerical micromechanical research performed using DEM revealed the importance of the microscopic analysis, because microscopic random heterogeneity in the material determines its macroscopic behaviour.

Priedai¹

A priedas. Mikromechaninio modelio analizės vaizdinė medžiaga.

B priedas. Bendraautorių sutikimai teikti publikacijų medžiagą disertacijoje.

C priedas. Autoriaus mokslinių publikacijų disertacijos tema kopijos.

¹ Priedai pateikiami pridėtoje kompaktinėje plokštelėje

Saulius Pilkavičius

ARMATŪROS IR BETONO SANKIBOS MECHANINĖS ELGSENOS
TEMPĖJIMŲ MODELIAVIMAS

Daktaro disertacija

Technologijos mokslai,
mechanikos inžinerija (09T)

MODELLING STUDY OF MECHANICAL BEHAVIOUR OF
CONCRETE-TO-REBAR BOND UNDER TENSION

Doctoral Dissertation

Technological Sciences,
Mechanical Engineering (09T)

2014 10 24. 13,0 sp. l. Tiražas 20 egz.
Vilniaus Gedimino technikos universiteto
leidykla „Technika“,
Saulėtekio al. 11, 10223 Vilnius,
<http://leidykla.vgtu.lt>
Spausdino UAB „Baltijos kopija“
Kareivių g. 13B, 09109 Vilnius